

УДК 519.237.5

Антонов Владимир Александрович

доктор технических наук,
главный научный сотрудник,
Институт горного дела УрО РАН,
620075, г. Екатеринбург,
ул. Мамина-Сибиряка, 58
e-mail: Antonov@igduran.ru

DOI: 10.18454/2313-1586.2016.04.162

Antonov Vladimir A., Doctor of technical sciences, chief researcher.
The Institute of Mining UB RAS,
620075, Yekaterinburg, 58,
Mamin-Sibiryak st.
e-mail: Antonov@igduran.ru

**ВЫЯВЛЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ
ГОРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ****REVEALING AND INTERPRETATION THE
EXPERIMENTAL MINING AND
TECHNOLOGICAL REGULARITIES***Аннотация:*

Изложены теоретические положения, методические приемы и рекомендации, направленные на выявление в экспериментальных научных исследованиях закономерностей, по которым устанавливаются и развиваются горно-технологические процессы. Показано, что наиболее достоверно они выражаются и интерпретируются методом нелинейной функционально-факторной регрессии, сочетающей их детерминизм и статистическую случайность. Приведены два примера выявления закономерности.

Ключевые слова: горно-технологические процессы и явления, экспериментальные измерения, случайные отклонения, нелинейная регрессия, закономерность, коэффициент детерминации

Abstract:

The theoretical statements, methodical procedures and recommendations, directed on revealing regularities in scientific studies, are set forth that are the basis for mining and technological processes determination and development. It is shown that they are most reliably expressed and interpreted by the method of non-linear function and factor regression, that combines their determinism and statistical randomness. Two examples of regularity revealing are cited.

Key words: mining and technological processes and phenomena, experimental measurements, random deviations, non-linear regression, regularity, the ratio of determination

Закономерности равенства, искомые в экспериментальных горно-технологических исследованиях, как необходимые, существенные и регулярно повторяющиеся связи естественных и техногенных явлений определяются по результатам их наблюдений и измерений соответствующих физических величин, параметров и показателей. Суждения о закономерностях могут обладать разной полнотой и информативностью сведений, характеризующих явление. Однако их выражения должны быть корректно определенными и интерпретируемыми при его толковании. Поскольку результаты измерений в экспериментах в большей или меньшей мере рассеяны из-за неизбежной погрешности, то закономерности выражаются с достаточной полнотой и определенностью лишь математическими методами, включающими синтез детерминизма и статистической случайности. Таким образом, ведущая форма выражения закономерности состоит в математическом описании и интерпретации причинных связей в последовательности, регулярности и повторяемости горно-технологических явлений с достаточно высокой вероятностью в некотором доверительном интервале, обусловленном статистической случайностью.

Погрешность эксперимента, на фоне которой выявляется закономерность данного горно-технологического явления, состоит из случайных отклонений, возникающих в связи с неточностью средств измерений (приборов, методов), а также наложением других менее значимых явлений, следующих в структурной иерархии. В связи с этим в исследуемых геосистемах, объектах или технологических процессах выделяют структурные уровни, значимые и незначимые по отношению к искомой закономерности. Явления

значимого уровня отображаются в детерминированной части закономерности с достаточной пространственной, временной или иной топологической определенностью. Явления, наблюдаемые на незначимых уровнях, относятся к погрешности. Представим среднеквадратичную погрешность эксперимента σ_3 суммой

$$\sigma_3^2 = \sigma_{\text{и}}^2 + \sigma_{\text{я}}^2,$$

где $\sigma_{\text{и}}$ – среднеквадратичная погрешность средства или метода измерения; $\sigma_{\text{я}}$ – среднеквадратичная погрешность, возникающая из-за влияния случайного незначимого явления. Методология оценки среднеквадратичной погрешности эксперимента изложена в работе [1]. Здесь следует добавить, что дисперсия $\sigma_{\text{я}}^2$ рассчитывается как среднее из дисперсий внутри групп, образованных измерениями в узких интервалах, намного меньших, чем размер значимого уровня. При повторных измерениях физических величин, характеризующих исследуемое явление, незначимые уровни могут воспроизводиться с погрешностью $\sigma_{\text{и}}$, но при повторной реализации этого явления они случайно перераспределяются с погрешностью $\sigma_{\text{я}}$. Разделение значимых и незначимых структурных неоднородностей горно-геологических объектов и процессов, отображаемых в детерминированной и случайной составляющей закономерности, весьма относительное. Оно требует причинной интерпретации результатов экспериментальных измерений с учетом структурных особенностей наблюдаемого явления и цели научного исследования. Например, цель заключается в оценке региональной закономерности изменения геологического признака по его проявлениям в совокупности крупных литологических структур. Положим, что характер этих изменений обусловлен действием неслучайного природного фактора и подлежит детерминации. Тогда вариации признака на уровне более мелких (незначимых) геологических структур относятся к случайным явлениям, т. е. к погрешности. Таким образом, приходим к выводу об относительном толковании закономерности, исходя из цели ее поиска и соответствующей оценки значимости факторов данного явления.

Закономерность изменения зависимой величины Y выражается уравнением, состоящим из функций, усредняющих результаты ее экспериментальных измерений в узких интервалах независимых величин-аргументов. При этом имеется в виду, что распространение функций в областях интерполяции и экстраполяции будет так же достоверно отображать характерные черты и особенности исследуемого горно-технологического явления, как в точках измерений. Такими свойствами обладает нелинейная функционально-факторная регрессия [2], положения которой сформулированы и развиты в Институте горного дела УрО РАН. Отличительная особенность ее формирования и распространения состоит в учете причин явления как факторов, действие которых выражается математическими функциями. Поэтому полученные уравнения регрессии становятся интерпретируемыми и пригодными для объяснения связей явления.

Перед построением регрессии определяются требования к ее детерминации. В них учитывается, что выявить закономерность изменения зависимой величины Y можно лишь с той погрешностью, которая соответствует случайной составляющей в результатах экспериментальных измерений. Для этого необходимо, чтобы коэффициент детерминации R^2 искомого уравнения регрессии с выбранной вероятностью P находился в интервале, ограниченном нижним $R_{\text{н}}^2$ и верхним $R_{\text{в}}^2$ значениями. Они рассчитываются по следующим формулам:

$$R_{\text{н}}^2 = 1 - \frac{f \cdot \sigma_3^2}{\chi_{\alpha 1, f}^2 \cdot D_y} \quad \text{и} \quad R_{\text{в}}^2 = 1 - \frac{f \cdot \sigma_3^2}{\chi_{\alpha 2, f}^2 \cdot D_y},$$

где f – число степеней свободы в расчете экспериментального среднеквадратичного отклонения σ_3 ; $\chi_{\alpha 1, f}^2$ и $\chi_{\alpha 2, f}^2$ – процентные точки распределения Пирсона на соответствую-

ющих уровнях значимости α_1 и α_2 ($\alpha_1 = \frac{(1+P)}{2}$, $\alpha_2 = \frac{(1-P)}{2}$); D_y – дисперсия экспериментальных значений зависимой величины Y .

Общий вид регрессии формируется по принципу факторного влияния. Оно учитывается в двух направлениях. В одном из них принимают известные в обобщенном виде теоретические представления о процессах, объясняющих исследуемое явление. Тогда влияние его факторов выражается в уравнении регрессии математическими функциями разной сложности в соответствии с принятой теорией. В другом направлении, когда теория не развита или отсутствует, руководствуются характерными особенностями, т. е. феноменами распределения результатов измерений, обнаруженными в экспериментах. Действие факторов явления выражается в регрессии набором функций, описывающих особенности наблюдаемых изменений зависимой величины, в т. ч. монотонности ее роста и спада на отдельных участках аргументов. Теперь задача регрессии сводится к численному определению множества функциональных параметров и последующей интерпретации их значимости в объяснении горно-технологического явления.

Функциональные параметры рассчитываются в процессе оптимизации уравнения регрессии. Коэффициент его детерминации, согласно критерию оптимизации, должен достигать значений, находящихся в интервале от R^2_n до R^2_v . Применения здесь метода наименьших квадратов (МНК) недостаточно, а дополнительное использование других численных методов (прямого поиска, градиентных, второго порядка) затруднено или вообще невозможно из-за часто получаемой сложной топологии целевой функции R^2 и, как следствие, неустойчивой сходимости алгоритмов итерационных расчетов. В исследованиях [3], проведенных в ИГД УрО РАН, показано, что дополнительная оптимизация сложных и многомерных уравнений нелинейной функционально-факторной регрессии эффективно проводится методом приближений параболической вершины (МППВ). Алгоритм расчета этим методом обеспечивает устойчивое определение оптимальных значений показателей степени, коэффициентов, смещений координат, длин релаксации и других функциональных параметров с заданной погрешностью. В результате оптимизации устанавливается совокупность параметров, при которой коэффициент детерминации R^2 входит в интервал $[R^2_n, R^2_v]$ как наибольший из всех возможных, оцениваемых МНК. Следует отметить, что при наличии погрешности σ_z не требуется устремлять коэффициент детерминации к единице, а линия или поверхность регрессии не должны везде совпадать с экспериментальными значениями зависимой величины Y . Последовательность этапов исследований, направленных на выявление закономерности горно-технологического явления, показана на рис. 1.

Анализ структурных неоднородностей наблюдаемого горно-технологического явления предшествует расчету границ допустимого коэффициента детерминации в выражении искомой закономерности. Далее, по теоретическим представлениям и экспериментальным наблюдениям явления формируется общий вид уравнения регрессии Y_{po} зависимой величины, характеризующей данное явление. Его коэффициенты и функциональные параметры оптимизируются методами МНК и МППВ. Уравнение регрессии Y_p , полученное по итогам оптимизации в конкретном виде, проверяется на адекватность отображения закономерности. Адекватным, т. е. выражающим закономерность явления с вероятностью P , признается уравнение, коэффициент детерминации которого находится в допустимом интервале $[R^2_n; R^2_v]$. Проверяется также наличие статистических свойств нормального и гомоскедастичного* распределения случайных отклонений результатов экспериментальных измерений от регрессии. Эти свойства необходимы для вероятностной оценки погрешности, с которой выявляется закономерность. Убедиться

* Здесь гомоскедастичность означает одинаковость дисперсии случайных отклонений при разных значениях аргументов

в их выполнении можно, например, по результатам графического анализа указанных отклонений. Тогда средняя квадратичная погрешность σ_p адекватной регрессии, т. е. закономерности, объясняется погрешностью экспериментальных измерений σ_3 . При этом закономерность явления, характеризуемого изменением величины Y , обнаруживается, например, с вероятностью 0,95 в интервале $Y_p \pm 2\sigma_p$.



Рис. 1 – Этапы выявления горно-технологической закономерности

Интерпретация полученной закономерности проводится с учетом ее математического выражения. Имеется в виду толкование значимости отдельных членов уравнения регрессии и их функциональных параметров в описании характерных особенностей и связей горно-технологического явления. По математическому выражению закономерности могут оцениваться формы и размеры исследуемых объектов, координаты минимума или максимума зависимой величины, положение ее изолиний, выбранных по какому-либо критерию. Определяются также интервалы релаксации или показатели степени, количественно выражающие крутизну роста или спада зависимой величины на отдельных стадиях явления. Таким образом, описание горно-технологического явления по установленной закономерности дает целостное представление о его формах, связях, становлении и развитии, что весьма важно для прогнозирования и планирования, а также принятия решений в производственном управлении.

Приведем два примера выявления закономерности.

Пример 1. В геодинамических исследованиях [4] ставилась цель – получить зависимость горизонтальной относительной деформации u массива ультраосновных горных пород, слагающих стенки вертикальных стволов на шахтах Донского горно-обогатительного комбината, от также относительного (в долях диаметра ствола) расстояния h до забоя. Массив горных пород рассматривается как однородная сплошная среда, обладающая пластично-упругими свойствами. В связи с углублением шахты измерения деформации проводились на разных горизонтах и точках периметров стволов, где условия сплошности горных пород частично нарушались. Результаты измерений, проведенных

на одинаковых расстояниях h , усреднены. Их распределение, показанное на рис. 2, отображает характер изменения деформации стенок шахты, происходящей из-за пластично-упругих свойств окружающего горного массива, являющихся значимыми для обнаружения зависимости $u(h)$.

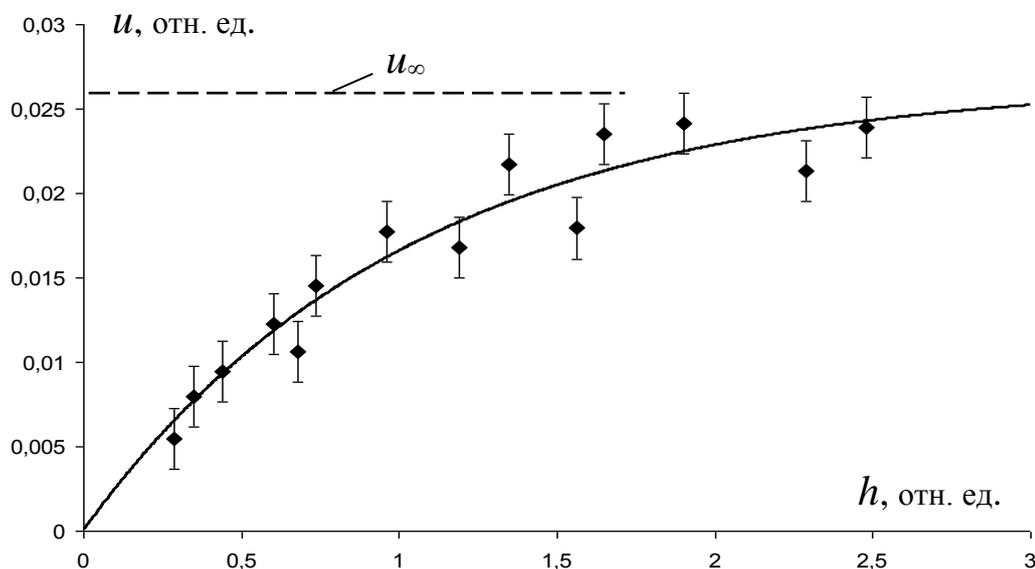


Рис. 2 – Распределение измерений относительной деформации горного массива и график ее функционально-факторной регрессии

Полученные при этом случайные среднеквадратичные отклонения $\sigma_3=0,0018$ объясняются погрешностью метода измерений и разнонаправленным действием незначимых факторов, нарушающих однородность горных пород. К ним относятся подвижки консолидированных блоков горных пород, влияние их анизотропной структуры, наличие локальных зон трещиноватости и обводнения. С учетом погрешности σ_3 рассчитаны граничные значения $R^2_{н}=0,8925$ и $R^2_{в}=0,9364$ допустимого интервала коэффициента детерминации искомой закономерности.

Общий вид уравнения регрессии, сформированного по теоретическим представлениям о влиянии на деформацию пластично-упругих свойств горных пород, следующий:

$$u_{po} = u_{\infty} \left(1 - e^{-\frac{h}{\lambda}}\right),$$

где λ – относительная длина вертикальной релаксации упругого напряжения; u_{∞} – относительная деформация горной породы, сбалансированная в удалении от забоя ($h \gg \lambda$) противоположно направленными действиями факторов пластичности и упругости. После расчета оптимальных параметров программой «Тренды ФСП-1» данное уравнение представляется в форме

$$u_p = 0,0267 \left(1 - e^{-\frac{h}{1,0272}}\right).$$

График регрессии показан на рис. 2. Коэффициент ее детерминации $R^2=0,924$ удовлетворяет заданному интервалу адекватности. Распределение случайных отклонений регрессии от экспериментально измеренной деформации близко к нормальному и обладает свойством гомоскедастичности. Среднее квадратичное отклонение регрессии от экспериментально измеренной деформации $\sigma_p=0,0017$ почти совпадает с приведенной

выше оценкой σ_3 . Следовательно, данным уравнением выражена искомая закономерность изменения горизонтальной относительной деформации горных пород. В реальном масштабе, с учетом диаметра ствола шахты 8,5 м, закономерность изменения деформации U его стенок проявляется с вероятностью 0,95 в интервале

$$U_p(H) = 0,22(1 - e^{-\frac{H}{8,73}}) \mp 0,029,$$

где H – расстояние до забоя ствола.

Интерпретируя детерминированную часть полученной закономерности, приходим к следующим объяснениям характерных особенностей горизонтальной деформации горных пород, окружающих ствол шахты. Деформация рассматривается как радиальное смещение стенки ствола, происходящее на расстоянии H от забоя, от положения стенки на уровне забоя, где приняты начала координат $H=0$, $U_p=0$. Крутизна нарастания деформации U_p от нуля до сбалансированного значения 0,22 м характеризуется длиной релаксации 8,73 м, приближенно равной диаметру ствола. Вблизи забоя ствола, при условии $H \ll 8,73$ м, деформация обусловлена преимущественным влиянием пластических свойств горных пород. Под их действием происходит приближенно пропорциональное смещение стенки ствола в направлении его центра согласно соотношению $U_p \approx 0,025 \cdot H$. По мере удаления от забоя, т. е. увеличения H , нарастает противодействие смещению за счет развития упругой сдвиговой деформации горного массива. Поэтому зависимость $U_p(H)$ переходит от линейной стадии к вогнутости и далее к асимптотическому сбалансированному состоянию $U_\infty = 0,22 \pm 0,029$ м. Уже на отметке трех длин релаксации ($H=25,2$ м) отношение $U_p(H)/U_\infty$ составляет 0,95. С учетом выявленной закономерности даны рекомендации по принятию технологических решений в укреплении стен ствола шахты, упреждающих негативные последствия деформации горных пород.

Пример 2. По данным экспериментального разрушения гранитного образца горной породы, происходящего вблизи его края при ударах индентера бурового инструмента, определена закономерность в изменении объема V разрушений [5]. Удары производились при разной механической энергии E_i индентера в точках, расположенных также на разном относительном расстоянии m_i от края, где $m_i = L_i/d$; L_i – расстояние до края; d – диаметр индентера. Погрешность эксперимента $\sigma_3 = 28,4$ мм³ объясняется неоднородностью кристаллической структуры гранита в местах удара и погрешностью метода измерения разрушенного объема V_i . Его распределение в координатах E , m показано на рис. 3а. С учетом количества измерений и погрешности σ_3 рассчитаны с доверительной вероятностью 0,95 нижняя и верхняя границы допустимого интервала коэффициента детерминации искомой модели, соответственно, 0,885 и 0,943.

Общий вид регрессии объема V сформирован с учетом влияющих факторов, исходя из теоретических представлений о разрушении горной породы и его характерных особенностей, наблюдаемых в эксперименте. Отметим здесь влияние на распределение объема V_i факторов, широко распространенных, и фактора, локализованного в некоторой области. Действие распространенных факторов обусловлено вертикальной нагрузкой удара, приводящей к разрушениям в лунке под индентером. Среди них выделим факторы монотонного изменения данного объема. Имеются две монотонности, направленные вдоль оси относительного расстояния m и вдоль оси энергии удара E . Еще две монотонности направлены по диагонали, т. е. под углом к этим осям. Действие факторов, изгибающих регрессионную поверхность объема V_p по упомянутым монотонностям, выражено суммой соответствующих степенных функций: осевых $A_1 m^{11}$, $A_2 E^{12}$ и диагональных $A_3 m^{13} E^{14}$, $A_4 m^{15} E^{16}$. Действие локализованного фактора обусловлено боковым напряжением, вызывающим в узком интервале аргументов возрастающий и убывающий

по объему скол горной породы, находящейся между лункой и краем образца. Его действие выражено следующей двумерной функцией гауссовой формы, смещенной по осям координат на интервалы E_0 , m_0 и углу поворота φ :

$$A_5 e^{-\frac{[(m - m_0) \cos \varphi + (E - E_0) \sin \varphi]^2}{\lambda^2} - \frac{[(m - m_0) \sin \varphi - (E - E_0) \cos \varphi]^2}{\theta^2}}$$

Здесь энергии E , E_0 , θ и расстояния m , m_0 , λ выражены в относительном виде. Суммируя отмеченные функции, получим общий вид регрессии V_p .

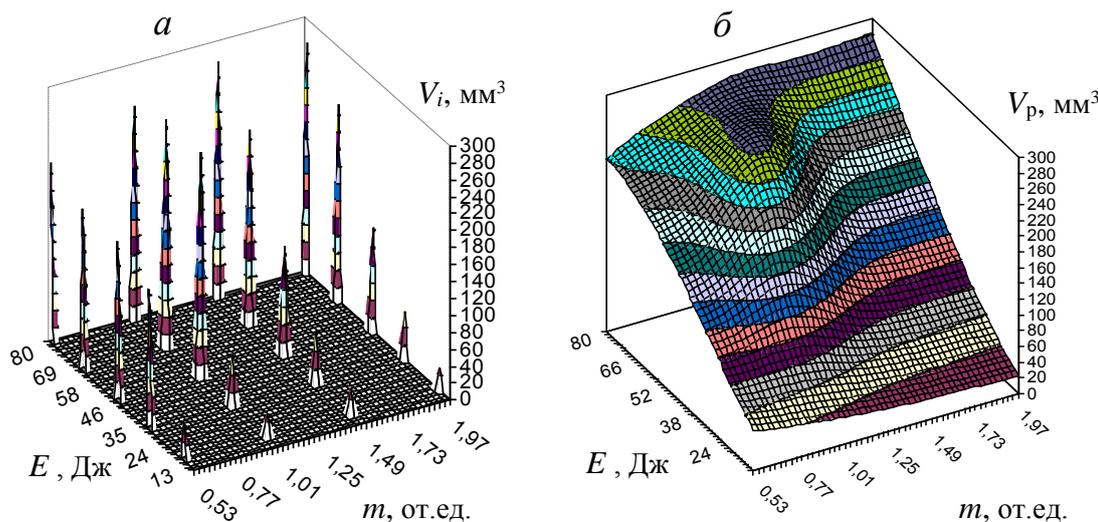


Рис. 3 – Распределение объема разрушенной гранитного образца горной породы в точках экспериментальных измерений (а) и в регрессионной модели (б)

Модель регрессии оптимизирована МППВ по методике М5Т-3, М11Т-1. В трех сечениях М5Т определены шесть показателей от μ_1 до μ_6 в соответствующих степенных функциях. В сечении М11Т-1 проведен расчет еще пяти параметров λ , θ , φ , d_0 , E_0 , содержащихся в функции гауссовой формы. В итоге оптимизации получено уравнение регрессии V_p в следующем конкретном виде:

$$V_p = 11,076 m^{-1,0125} + 0,1152 E^{1,803} + 3,1504 \cdot m^{-0,6564} E^{0,572} - 3,414 \cdot 10^{-5} m^{-0,789} E^{3,4058} +$$

$$+ 98,98 e^{-\frac{[(m-1,057) \cos 0,005 - (E-50,2) \sin 0,005]^2}{0,315^2} - \frac{[(m-1,057) \sin 0,005 + (E-50,2) \cos 0,005]^2}{20,8^2}}$$

Распределение отклонений V_p от экспериментальных значений V_i близко к нормальному и обладает свойством гомоскедастичности. Графическое изображение данной регрессии представлено на рис. 3б. Значение коэффициента ее детерминации 0,932 попадает в допустимый интервал. Средняя квадратичная погрешность регрессии $\sigma_p = 25,5 \text{ мм}^3$ близка по значению к погрешности экспериментальных измерений σ , разрушенного объема горной породы. Это означает, что модель устойчива к воспроизводимости эксперимента и адекватно его погрешности отображает закономерность разрушения горной породы. Она показывает, что разрушение наиболее существенно с показателем степени 1,8, зависит от энергии удара. Функцией гауссовой формы обнаружена область добавочного разрушения в виде скола с максимумом в точке $m_0 = 1,057$ отн. ед. и $E_0 = 50,2$ Дж, возникающего из-за влияния края образца. По данной закономерности в области максимума V_p определяются оптимальные режимы ударного бурения скважин, при

которых достигается наибольшее разрушение горной породы.

В заключение приходим к выводу, что при поиске экспериментальных закономерностей важно выделять и учитывать значимые и незначимые факторы наблюдаемого горно-технологического явления и структурный состав сопутствующих измерений в соответствии с задачей и целью его научного исследования. Выполнение данных рекомендаций, как показано на приведенных примерах, позволяет выявить и интерпретировать закономерности обоснованно и достоверно, что существенно повышает их научную и практическую значимость.

Литература

1. Антонов В.А. Оценка адекватности регрессионной модели по погрешности экспериментальных измерений / В.А. Антонов // Альманах современной науки и образования. - Тамбов: Грамота, 2014. - № 11 (89). - С. 27 - 32.
2. Антонов В.А. Отображение горно-технологических закономерностей функционально факторными уравнениями нелинейной регрессии / В.А. Антонов, М.В. Яковлев // Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2011. – ОВ № 11. - С. 571 - 588.
3. Антонов В.А. Построение и оптимизация моделей нелинейной функционально-факторной регрессии / В.А. Антонов // Информационные технологии. - 2013. - № 5. - С. 17 - 24.
4. Харисов Т.Ф. Исследование деформации горных пород в процессе проходки вертикального ствола / Т.Ф. Харисов, В.А. Антонов // Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2015. - № 3. - С. 146 – 150.
5. Реготунов А.С. Экспериментальное исследование режимов ударного бурения горных пород / А.С. Реготунов, В.А. Антонов // Изв. вузов. Горный журнал. - 2015. - № 8. – С. 61 - 69.