

УДК: 622.023.623:622.831.3

**Прищепа Дмитрий Вячеславович**

аспирант кафедры шахтного строительства,  
Уральский государственный  
горный университет,  
620114, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30  
e-mail: [dimaprishepa@gmail.com](mailto:dimaprishepa@gmail.com)

**ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ ТРЕЩИНОВАТОГО  
ПОРОДНОГО МАССИВА***Аннотация:*

*Рассмотрены модельные представления различных типов трещиноватых породных массивов. Даны прогнозные оценки деформационных характеристик этих массивов с учетом фрактальной размерности трещинной структуры горных пород. Полученные результаты использованы для формирования моделей напряженно-деформированного состояния массива методом конечных элементов. Результаты моделирования создают базу для прогноза устойчивости подземных выработок в условиях трещиноватых породных массивов.*

*Ключевые слова:* породный массив, деформационные характеристики, метод конечных элементов, фрактальный анализ трещин

DOI: 10.18454/2313-1586.2017.01.081

**Prishepa Dmitry V.**

post-graduate student of the department  
of mine construction,  
the Ural state mining University,  
620114, Yekaterinburg, 30 Kuibishev st.  
e-mail: [dimaprishepa@gmail.com](mailto:dimaprishepa@gmail.com)

**GROUNDING THE MODELS OF  
FRACTURED ROCK MASS  
STRESSED-DEFORMED STATE***Abstract:*

*Model representations of different types of fractured rock masses are considered. Forecasts of these rock mass deformation characteristics based on fractal dimension of rocks' fracture structure are given. The results are used to form models of rock mass stressed-deformed state by the finite element method. The simulation results provide grounds for predicting underground workings stability in the conditions of fractured rock mass.*

*Key words:* rock mass, deformation characteristics, finite element method, the fractures' fractal analysis.

Эффективным инструментом исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) породных массивов является метод конечных элементов (МКЭ) [1]. В настоящее время известен ряд компьютерных программ, моделирующих НДС массива. Такие программы непрерывно развиваются и совершенствуются. Одной из компьютерных реализаций метода является программный комплекс «Plaxis», разработанный в Дельфтском техническом университете (Нидерланды). В линейке программных продуктов «Plaxis» представлены различные версии. Для решения поставленных задач был выбран геотехнический пакет «Plaxis 3D Tunnel». Этот мощный пакет специально предназначен для трехмерного расчета задач, связанных с проектированием туннелей, однако он может также использоваться для широкого круга других геотехнических задач.

Входными данными при реализации модели МКЭ являются прочностные и деформационные свойства моделируемого массива. Лабораторное изучение этих свойств на образцах не дает информации о характеристиках массива, особенно осложненного системой трещин и блочным строением. Адекватные данные могут быть получены путем натурных измерений непосредственно в массиве. Наиболее разработанными в техническом и методическом плане являются скважинные исследования.

Для оценки деформационных характеристик породного массива в районе станции Екатеринбургского метрополитена «Чкаловская» были выполнены компрессионные испытания и описана система трещиноватости участков массива [2]. Для испытаний использовался прессиометр (дилатометр IF 096) швейцарской фирмы Solexpert AG. Были опробованы 25 интервалов длиной по 1 м в пяти скважинах. Типичный график деформации (распечатка компьютерной программы) приведен на рис. 1.

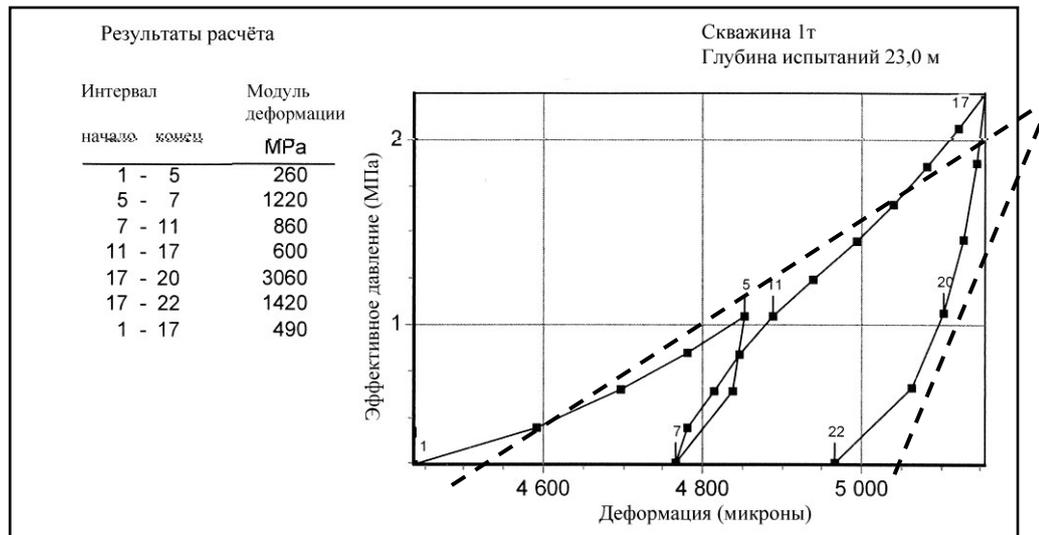


Рис. 1 – Типичная диаграмма компрессионных испытаний

Обобщение и анализ результатов испытаний показали, что во всех случаях деформационные кривые имеют нелинейный характер. Это обусловлено уплотнением породного массива за счет смыкания открытых трещин. Поскольку поверхность трещин имеет сложную геометрию, в начальной стадии в истинном контакте находятся лишь наиболее выступающие части поверхности трещин. По мере роста нагрузки эти выступы разрушаются, и площадь соприкосновения берегов трещины непрерывно увеличивается. Наряду с этим происходит упругое деформирование вмещающих трещины горных пород, но надежно выявить это деформирование (выделить линейные участки графиков) не представляется возможным. Поэтому количественной мерой деформации породного массива принят модуль деформации  $E_{\text{деф}}$ . Его величина определяется тангенсом угла наклона линии нагрузки, соединяющей начальную и конечную точки диаграммы (пунктир на рис. 1).

При разгрузке массива можно считать, что восстанавливается только упругая часть деформации. Тогда линейная аппроксимация разгрузки может служить для определения модуля упругости породного массива  $E_M$  [3]. Корреляционный анализ модулей деформации и упругости породного массива (рис. 2) показал наличие статистически значимой взаимосвязи.

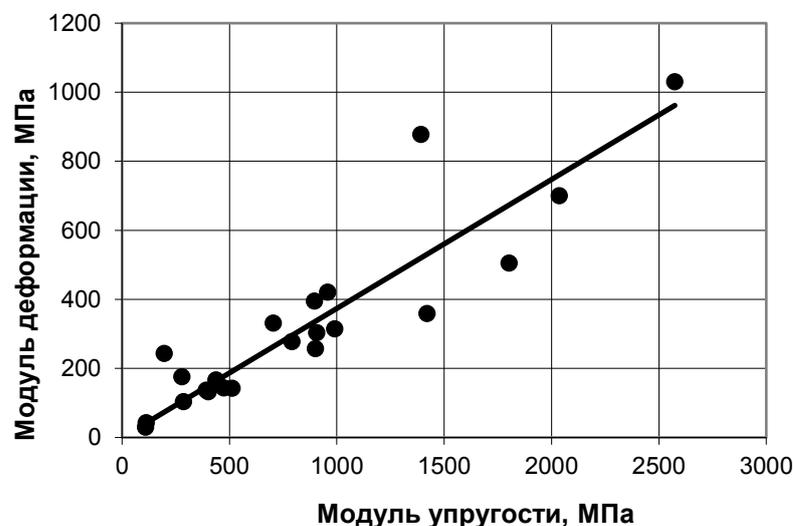


Рис. 2 – Взаимосвязь модуля упругости пород и модуля деформации массива

Уравнение связи следующее:

$$E_{\text{деф}} = 0,37 \cdot E_m \quad (1)$$

Достаточно высокий коэффициент корреляции ( $r = 0,90$ ) позволяет использовать данную зависимость для оценки деформации массива по модулю упругости слагающих его пород. Этот показатель, т. е. модуль деформации горных пород, определяется по результатам лабораторных испытаний.

Анализ трещинного строения породных массивов позволил выделить три их основных типа: массив с системой параллельных трещин, блочное строение массива и система хаотично ориентированных трещин. Обоснование модели первого типа выполнено К. В. Руппением [4]. Рассматривается ситуация, когда протяженность трещин превышает размер влияния выработанного пространства  $X_m$ . На обнажениях или путем скважинного каротажа выявляются системы трещин  $i$ -го порядка с углом наклона к горизонтальной плоскости  $\theta_i$ . Упругие характеристики массива вычисляются по следующим формулам.

Модуль упругости по вертикальному направлению:

$$E_v = \frac{E_0}{1 + \sum_{i=1}^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i)} \quad (2)$$

Модуль упругости по горизонтальному направлению:

$$E_r = \frac{E_0}{1 + \sum_{i=1}^n \eta_i (1 - \cos^4 \theta_i)} \quad (3)$$

Аналогичным образом определяются другие упругие характеристики массива. Здесь  $\eta_i$  – геометрическая характеристика  $i$ -й системы трещин;  $E_0$  – модуль упругости слагающих массив горных пород.

В тех случаях, когда системы параллельных трещин перекрещиваются, они образуют блочное строение массива. Размер блоков, как правило, значительно меньше характерного размера влияния выработки  $X_m$ . В этом случае в модели К.В. Руппения [4] следует учитывать поправку  $l_i/L \cos \theta_i$ , где  $l_i$  – длина  $i$ -й трещины (размер блока);  $L$  – характерный размер массива (влияния выработки  $X_m$ ). В частности, при отсутствии заполнителя трещин отдельности модуль упругости массива определится выражением

$$E = \frac{E_0}{1 + \sum_{i=1}^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i) \frac{L_i}{X_m} \cos \theta_i} \quad (4)$$

где  $L_i$  – средний размер блока породного массива.

При наличии в массиве 3 – 4 систем ортогональных трещин его с точки зрения деформационной способности можно рассматривать как квазиизотропный. Тогда при хаотично расположенных трещинах среднее значение множителя в формуле (2)  $1 + \sin^4 \theta = 5/8$ , и модуль упругости такого массива определится формулой

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{5}{8} n \eta} \quad (5)$$

где  $n$  – число систем трещин.

При малых нагрузках, когда деформацией контактирующих выступов можно пренебречь, геометрическая характеристика трещин определится соотношением

$$\eta = \frac{\delta}{\zeta h}, \quad (6)$$

где  $\delta$  – средняя ширина раскрытия трещины;  $\xi$  – относительная площадь контактов;  $h$  – толщина слоя ненарушенного материала, приходящегося на данную трещину; может быть принята как расстояние между трещинами.

При больших нагрузках следует учитывать деформацию выступов. Тогда

$$\eta = \frac{\delta E_0}{h(\zeta E_0 + \sigma)}. \quad (7)$$

Расстояние между трещинами отдельности  $l_i$  определится натурными замерами и их статистической обработкой. Ширина зияния  $\delta_i$  и относительная площадь контактов  $\zeta_i$  – показатели взаимосвязанные, и их определение не столь очевидно. Так, К. В. Руппнейтом [4] рекомендуется принимать  $\zeta_i = 3 \cdot 10^{-4}$  как некоторую константу. Однако совершенно очевидно, что эта величина будет существенно различной для реальных трещин массива. Более того, она будет меняться в ходе деформирования массива. При этом следует учитывать величину дилатансии пород. Исследование данного вопроса позволило установить следующее.

В механике сплошных сред обычно разделяют трещины отрыва и трещины сдвига. В реальном породном массиве действуют оба фактора. Если трещина образована путем отрыва, то ее берега будут зеркальными отражениями. При последующем сдвиге на некоторую величину  $\Delta$  выступы рельефа будут разрушаться, образуя продукты разрушения заполняют промежутки и при дальнейшем сдвиге переизмельчаются, образуя наполнитель трещины. Для больших по площади контактов разрушение выступов при данной нагрузке  $\sigma$  может не произойти. Тогда при сдвиге будет наблюдаться подъем по этой поверхности (волнистости) с увеличением ширины зияния трещины  $\delta$ . В ходе этих процессов геометрия трещин будет непрерывно меняться.

В соответствии с этим разработана модель динамики деформации трещин и рассмотрены две ситуации – формирования контактов при сдвиге трещин отрыва и сближение берегов трещины с разной геометрией (трещины сдвига). В каждом случае назначался шаг сдвига  $\Delta$ , и по определенному анализу траекторий трещины углу извилистости  $\alpha_B$  вычислялась величина дилатансии  $V$ . Соответствующим образом вычислялись новые координаты трещины, и производилось их графическое построение. Пересекающиеся участки траекторий  $\Delta L_i$  принимались за площадь контактов. Относительная площадь контактов определялась как  $\xi = \Sigma \Delta L_i / L$ , где  $L$  – длина трещины. В свою очередь величина  $\Sigma \Delta L_i$  оценивалась произведением числа контактов (пикселей) на площадку среза среднего зуба шероховатости.

В качестве примера на рис. 3 показана модель трещины отрыва в образце гранита, вероятностные траектории берегов которой определены путем статистического усреднения 50 сечений образца. Шаг сближения принят равным точности измерения координат трещины  $\Delta = 0,62$  мм. Соответствующая ему дилатансия составляет  $V = \Delta \operatorname{tg} \alpha_B = 0,16$  мм. Здесь маркерами показаны области контакта (наложения берегов трещины) после первого шага сдвига. Относительная площадь контактов при этом составила  $\xi = 2,4 \cdot 10^{-4}$ . Та же процедура проделана с различными трещинами сдвига.

Анализ результатов моделирования и рассмотрение общего механизма деформации трещин позволили установить следующее. При сближении берегов трещины происходит разрушение зубьев ее шероховатости и, как следствие, выполаживание траекторий. Ранее нами установлено [5], что степень шероховатости трещин достаточно точно оценивается их фрактальной размерностью  $d_f$ . Тогда процесс деформации трещин при

сдвиге будет сопровождаться изменением фрактальной размерности их берегов. Реализация вышеописанных моделей развития трещин и анализ результатов показывают, что по мере сближения берегов трещин их фрактальная размерность нелинейно снижается. На рис. 4 показаны результаты пошагового сближения берегов одной из трещин модели. Здесь линиями с маркерами показана фрактальная размерность верхнего и нижнего берегов трещины; без маркеров – ее средней линии. Изначально достаточно большая разница в геометрии берегов, выраженная в их фрактальной размерности, по мере сближения и выполаживания поверхностей уменьшается и в финальной стадии практически совпадает.

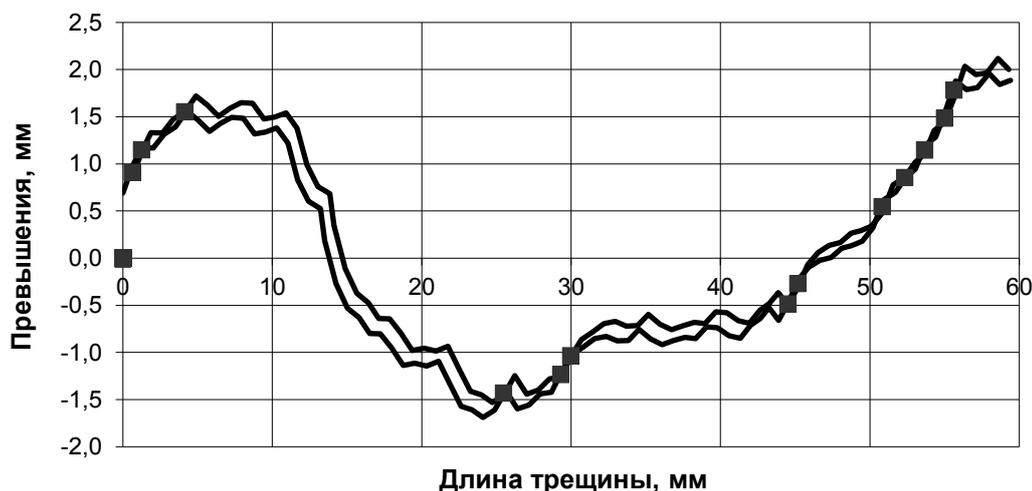


Рис. 3 – Контакты берегов трещины отрыва при сдвигении породы

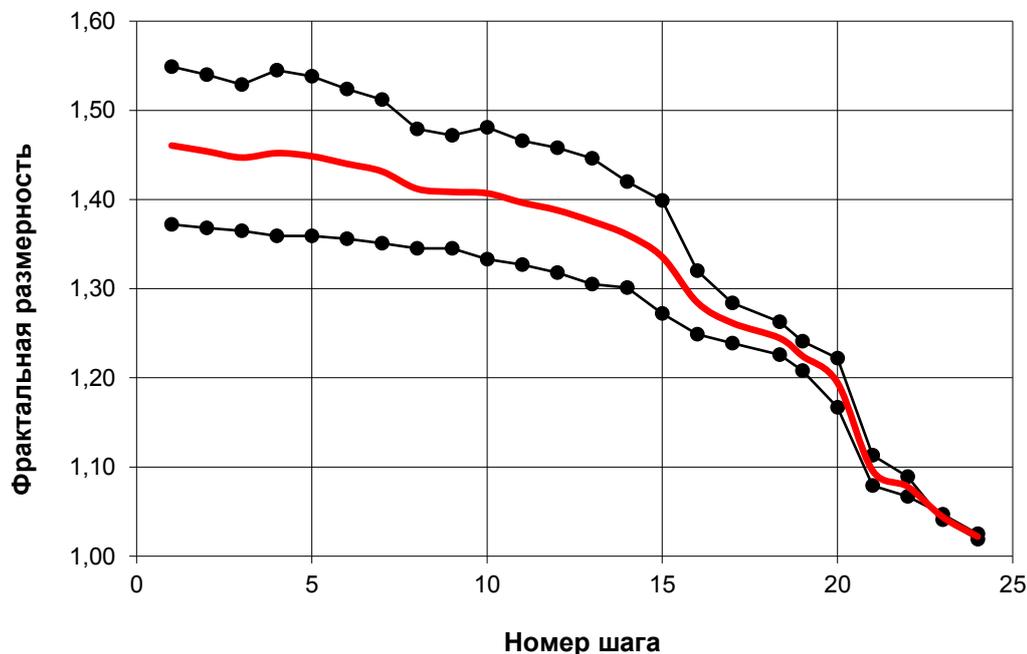


Рис. 4 – Изменение фрактальной размерности берегов трещины по мере их сближения

Сопоставление фрактальной размерности берегов различных трещин с относительной площадью их соприкосновения показало следующее. Между относительным снижением разности фрактальных размерностей берегов трещин  $\Delta d_f = |d_{f1} - d_{f2}|/d_{f0}$  100 % и их относительной площадью контактов  $\xi$  наблюдается устойчивая связь. Здесь  $|d_{f1} - d_{f2}|$  – абсолютная разность фрактальной размерности первого и второго берегов трещины;  $d_{f0}$  – фрактальная размерность ее средней линии.

Корреляционный анализ показал, что с достоверностью аппроксимации  $R^2 = 0,88$  эта связь может быть описана уравнением

$$\xi = 1,2 \cdot 10^{-3} \exp(-0,13 \Delta d_f). \quad (8)$$

Уравнение экспоненты отражает соответствие полученных данных механизму деформации трещин. При совпадении размерностей берегов трещин разность  $|d_1 - d_2| = 0$  и  $\xi$  в пределе стремится к  $1,2 \cdot 10^{-3}$ , что по порядку величин соответствует относительной площади соприкосновения гладких поверхностей.

Таким образом, результаты моделирования трещиноватого массива позволяют определять площадь контактов берегов трещин путем фрактального анализа их геометрии. Полученные данные создают основу для оценки деформационных характеристик породного массива с учетом его трещинной структуры. Так, при известных значениях среднего расстояния между трещинами реального массива  $h$  и ширины их зияния  $\delta$  определяется характеристика геометрии трещин  $\eta = \delta/\xi h$  и вычисляется модуль деформации породного массива (1 – 5). В свою очередь, эти данные служат основой моделирования НДС трещиноватого массива методом конечных элементов.

Рассмотрим реализацию модели МКЭ на примере горизонтальной выработки, сооружаемой на глубине 300 м Юбилейного медно-цинкового колчеданного месторождения, расположенного на территории Хайбуллинского района Республики Башкортостан. По результатам исследований [6] установлено, что вертикальные напряжения на данной глубине составляют  $\sigma_v = 7,5 \pm 0,6$  МПа; продольные (по простиранию)  $\sigma_{пр} = 7,7 \pm 1,2$  МПа; поперечные (по падению)  $\sigma_{п} = 7,6 \pm 1,0$  МПа.

Вмещающие породы – базальты. Комплекс свойств данных пород (как и других представительных пород месторождения) исследованы на кафедре шахтного строительства УГГУ. В данных исследованиях автор принимал непосредственное участие. Свойства данных базальтов в образце таковы: прочность при растяжении  $\sigma_p = 12,5$  МПа; при сжатии  $\sigma_{сж} = 113$  МПа; сцепление  $\tau = 26,6$  МПа; угол внутреннего трения  $\varphi = 33$  град; модуль упругости  $E = 67$  ГПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,28$ .

Инженерно-геологические условия месторождения детально исследованы и приведены в работе [7]. В частности, модуль трещиноватости базальтов на данной глубине  $J_T = 2,1$  1/м, что соответствует среднему расстоянию между трещинами  $h = 0,48$  м. Трещины сомкнутые без заполнителя. Угол падения трещин  $\theta = 30$  град. В пределах зоны влияния выработки находится 4 системы трещин.

Построение паспорта прочности базальта с учетом указанных горно-геологических условий позволило установить прочностные характеристики породы в массиве [3]: прочность при растяжении  $\sigma_p = 6,6$  МПа; при сжатии  $\sigma_{сж} = 63$  МПа; сцепление  $\tau = 14,5$  МПа; угол внутреннего трения  $\varphi = 29$  град. Анализ геометрии трещин производился по вышеизложенной методике. В качестве аналога (с учетом самоподобия трещин) использовались естественные поверхности торцов кернов, извлеченных из данного массива. В результате установлено, что относительная площадь контактов  $\zeta_i = 3,4 \cdot 10^{-4}$  и геометрическая характеристика данной системы трещин  $\eta = 5,5$ . В соответствии с этим пересчитаны значения модулей упругости массива с параллельной системой трещин по вышеприведенным формулам К. В. Руппенайта. Так, модуль упругости массива по вертикальному направлению составляет  $E_v = 3,3$  ГПа, по горизонтальному  $E_r = 6,9$  ГПа, коэффициент Пуассона 0,32. Угол дилатансии – 14 град.

В результате моделирования получено изображение напряженного состояния массива в окрестности горной выработки (рис. 5). Средствами пакета «Plaxis 3D Tunnel» благодаря объемной картине сопоставлены конкретные значения напряжений. Данные транслированы в систему электронных таблиц «Microsoft Excel», и произведено построение соответствующих диаграмм распределения напряжений в окрестности выработки по различным направлениям. В качестве примера на рис. 6 приведена эпюра вертикального горного давления.

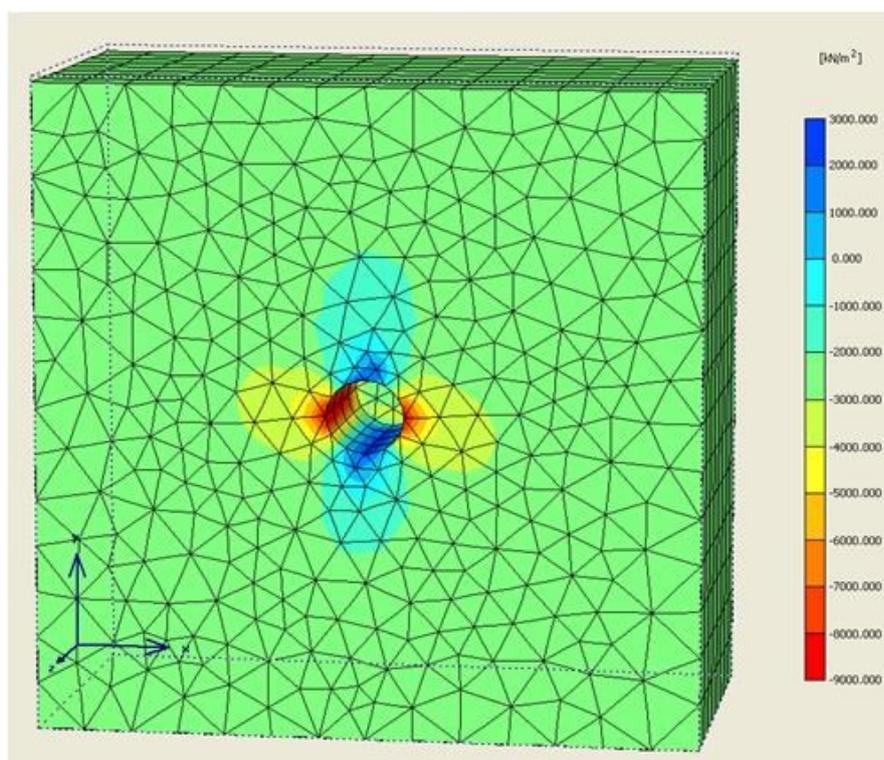


Рис. 5 – Результат моделирования НДС массива

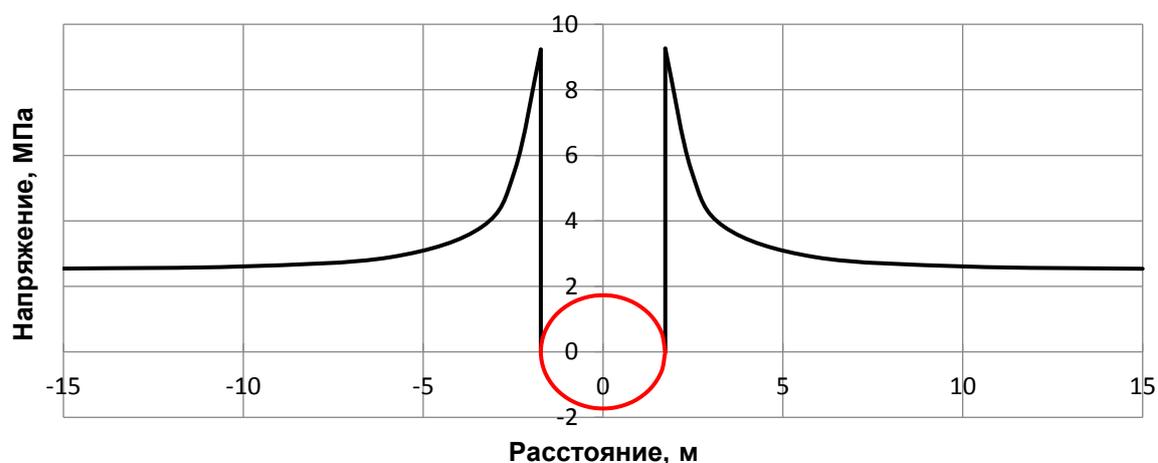


Рис. 6 – Эпюра напряжений на контуре выработки

Таким образом, представленные результаты позволяют определять геометрические характеристики трещин и задавать в модели МКЭ деформационные свойства породного массива с тремя типами его трещиноватости. Результаты моделирования предусмотрено использовать для прогноза устойчивости подземных выработок.

### Литература

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов: пер. с англ / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 393 с.
2. Оценка деформационных характеристик породного массива для прогноза устойчивости горных выработок / О.Г. Латышев и др. // Проектирование, строительство и эксплуатация комплексов подземных сооружений: труды III Международной конференции, 19 - 21 мая 2010 г. – Екатеринбург: УГГУ, 2010. – С. 223 - 228.

3. Латышев О.Г. Разрушение горных пород / О.Г. Латышев. – М.: Теплотехник, 2007. – 672 с.
4. Руппeneйт К.В. Деформируемость массивов трещиноватых горных пород / К.В. Руппeneйт. –М.: Недра, 1975. – 223 с.
5. Латышев О.Г. Фрактальная размерность трещины как мера ее шероховатости / О.Г. Латышев, В.В. Франц, Д.В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. - 2015. – № 8. – С. 55 - 60.
6. Лизункин М.В. Оценка напряженно-деформированного состояния массива горных пород Стрельцовского рудного поля / М.В. Лизункин, А.В. Бейдин // Геомеханика в горном деле. - Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2014. – С. 30 - 38.
7. Инженерно-геологическая и гидрогеологическая характеристика пород Юбилейного месторождения / О.М.Гуман; УГГУ // Отчет ООО «НПЦ Уралгеолпроект». - Екатеринбург, 2008.