

УДК: 622.023.623

Франц Владимир Владимирович

ассистент кафедры шахтного строительства,
Уральский государственный
горный университет,
620144 г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
e-mail: franc_vv@mail.ru

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОВАТОСТИ
ДЛЯ ПРОГНОЗА ПРОЧНОСТИ И
УСТОЙЧИВОСТИ ПОРОДНОГО
МАССИВА***Аннотация:*

Обсуждаются методы определения устойчивости и прочности обнажений горных пород с учетом наличия трещин. На основе спектрального анализа поверхности трещин обоснован критерий выделения и оценки их шероховатости и извилистости, которые являются базовыми показателями для построения паспорта прочности пород при их сдвиге по трещине. Опытная проверка подтверждает адекватность и информативность методики фрактального анализа трещинной структуры горных пород.

Ключевые слова: сдвиг пород по трещине, коэффициент шероховатости, коэффициент извилистости, фрактальная размерность траектории трещины, паспорт прочности трещины

DOI: 10.18454/2313-1586.2017.01.089

Frantz Vladimir V.

assistant of the mine construction department,
The Ural State Mining University,
620144 Yekaterinburg,
30 Kuibishev st.
e-mail: franc_vv@mail.ru

**THE STUDY OF FRACTAL
CHARACTERISTICS OF ROCKS JOINTING
FOR PREDICTING ROCK MASS
STRENGTH AND STABILITY***Abstract:*

The methods of determining rocks' exposure strength and stability with due regards for fractures are discussed. In terms of surface fractures spectral analysis the criterion of selection and evaluation roughness and sinuosity coefficient is grounded. Roughness and sinuosity coefficients are basic indicators for constructing the certificate of rocks displacement along the fracture. Experimental verification confirms the adequacy and the informational content of the method of fractured rocks fractal analysis.

Key words: rocks displacement along the fracture, roughness coefficient, sinuosity coefficient, fractal dimension of fracture trajectory, the certificate of fracture strength

Устойчивость обнажений при подземных и открытых горных работах нередко определяется сдвигом пород по трещине. Анализ экспериментальных данных показывает, что наиболее адекватным описанием процесса являются уравнения Н. Бартона [1]. Для выделения стадий сдвига с преобладающим влиянием волнистости и шероховатости он предложил описывать огибающую предельных кругов напряжений (паспорт прочности) ломаной линией, участки которой соответствуют различным уровням нормальных напряжений. Причем пороговое значение напряжений σ^* зависит от геометрии (морфологии) трещин. В принятой в отечественной литературе системе обозначений это значение определится выражением [2]:

$$\sigma^* = \sigma_{\text{тр}} / 10^{\left(\frac{\alpha_B}{K_{\text{ш}}}\right)} \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{тр}}$ – прочность при сжатии материала стенок трещины; α_B – угол волнистости; $K_{\text{ш}}$ – коэффициент шероховатости.

На первом этапе сдвига (при $\sigma < \sigma^*$) паспорт прочности опишется уравнением

$$\tau = \sigma \cdot \text{tg} \left[\varphi_{\text{ост}} + K_{\text{ш}} \cdot \lg \left(\frac{\sigma_{\text{тр}}}{\sigma} \right) \right] + C. \quad (2)$$

На втором этапе (при $\sigma > \sigma^*$)

$$\tau = \sigma \cdot \text{tg} [\varphi_{\text{ост}} + \alpha_B] + C. \quad (3)$$

Для определения величины коэффициента шероховатости в работе [3] предлагается сравнивать изучаемую трещину с 10 стандартными профилями (шаблонами). По этому поводу следует отметить, что вряд ли все многообразие природных трещин можно

свести к 10 эталонам. Кроме того, чисто визуальное сопоставление профилей реальной и эталонной трещины связано с большой долей субъективизма. Тогда необходимой задачей является обоснование количественного признака (критерия), позволяющего более надежно определять входящие в уравнения Бартона коэффициенты шероховатости $K_{ш}$ и извилистости α_B .

Волнистость (крупная волнообразная неровность) обуславливает расширение трещины в ходе ее сдвижения. Вследствие этого по профилю трещины образуются плотно сомкнутые участки и участки, имеющие большое раскрытие. Элементы шероховатости имеют значительно меньшие размеры и обычно срезаются в процессе сдвига. Для разделения и количественной оценки данных показателей нами выполнены исследования ряда образцов скальных пород Урала. Трещины образовывались путем раскалывания образцов соосной линейной нагрузкой. На поверхности берегов трещин с точностью 0,1 мм определялись превышения ординат по параллельным сечениям с сеткой измерений 1 – 2 мм. Проиллюстрируем методику исследования поверхностей на двух геометрически различных трещинах – образец № 1 (гранит) и образец № 2 (базальт). Компьютерное представление поверхностей трещин приведено на рис. 1 и 2. Для каждого образца получено, соответственно, 2300 и 3600 координат поверхности трещин.

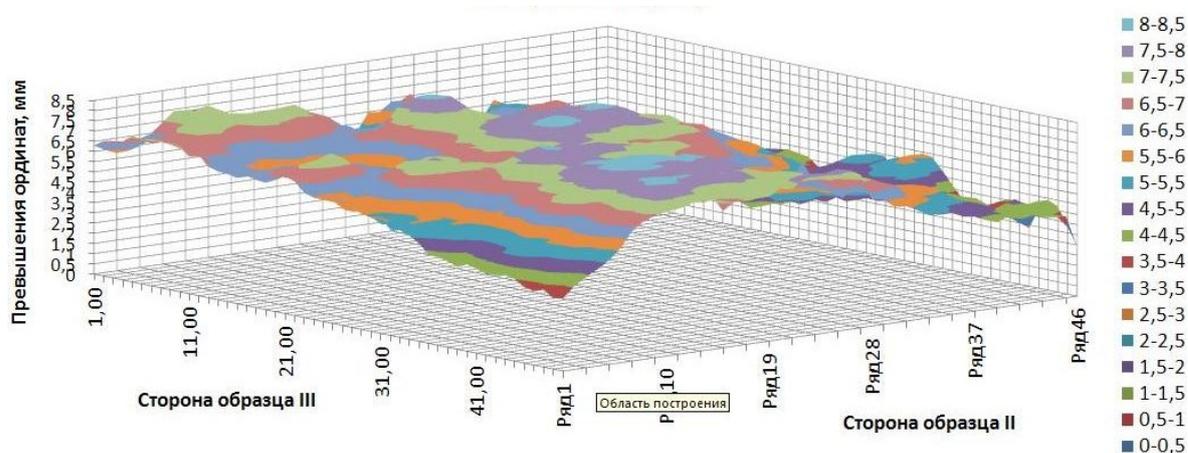


Рис. 1 – Компьютерное изображение трещины № 1 гранита

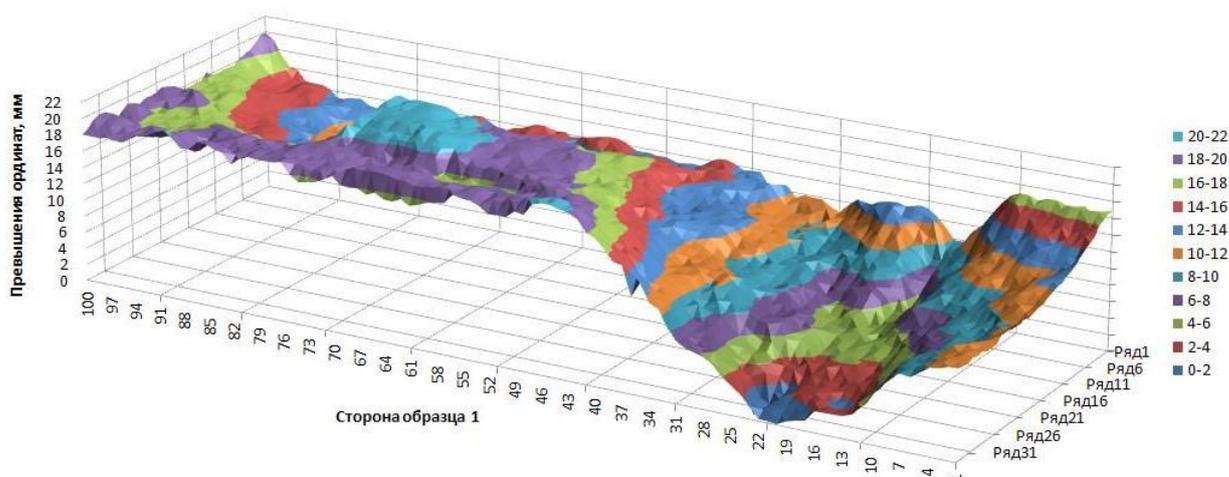


Рис. 2 – Компьютерное изображение трещины № 2 базальта

В каждой поверхности трещин выделялось по 50 сечений, для которых производился комплексный статистический анализ координат. Усредненные по всем сечениям траектории трещин представлены на рис. 3. Вид графиков и статистические характери-

стики их исходных траекторий ясно показывают, что в отличие от трещины гранита трещина базальта помимо шероховатости обладает заметной извилистостью траектории. Дисперсия ее превышений на два порядка выше, чем у трещины гранита.

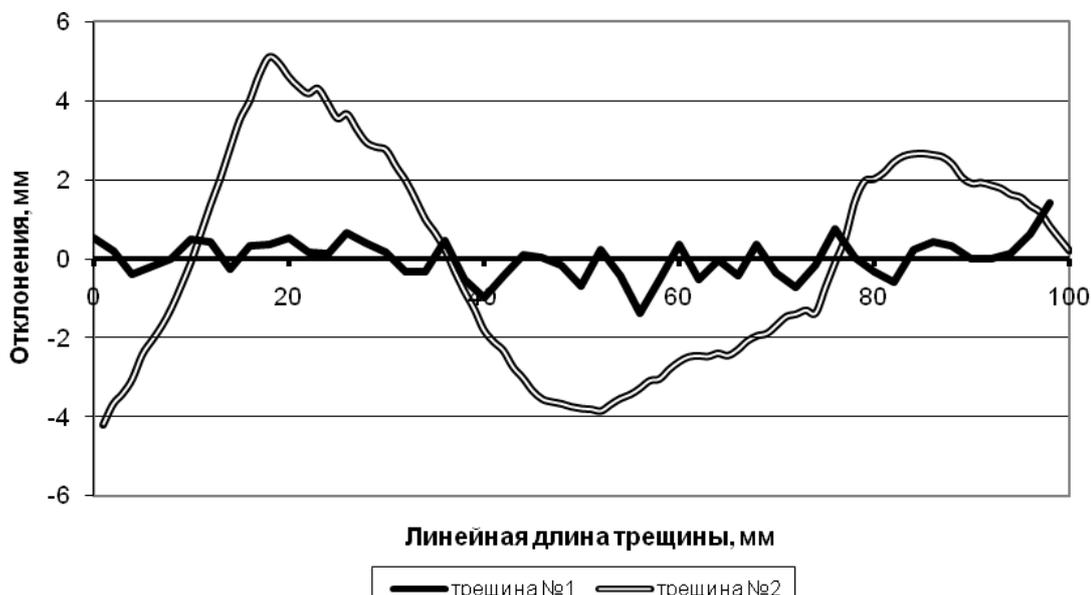


Рис. 3 – Средние траектории трещин гранита (№ 1) и базальта (№ 2)

Исследованиями [4] показано, что трещины являются фрактальными объектами и их траектории в принципе не могут быть описаны гладкими дифференцируемыми функциями. Наилучшее приближение дает аппроксимация траекторий кусочно-линейными функциями. На рис. 4 показана иллюстрация данной процедуры для трещины базальта (№ 2).

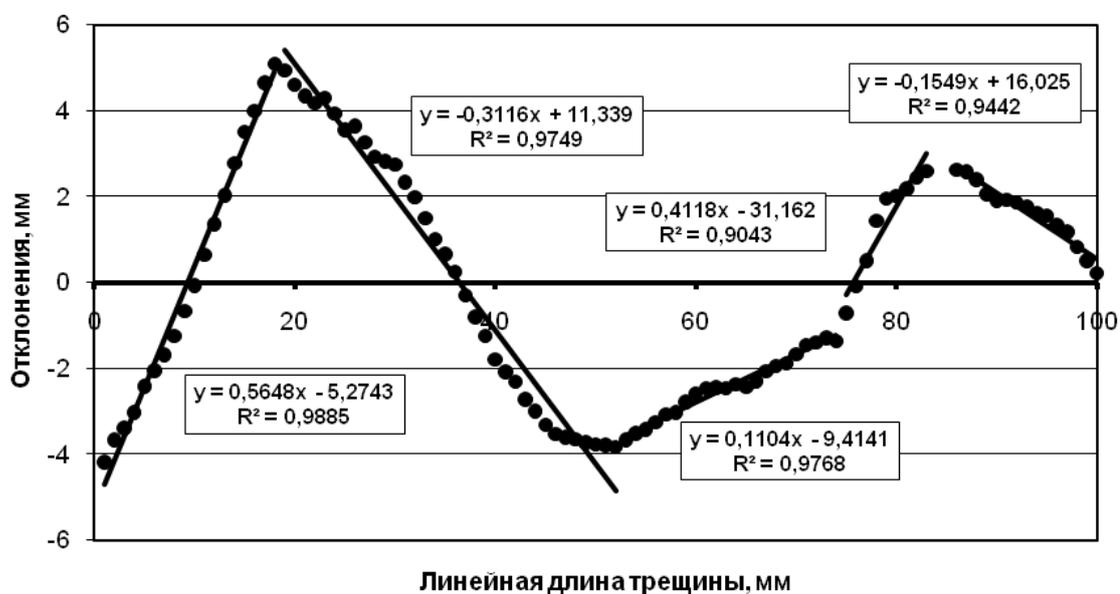


Рис. 4 – Аппроксимация линии извилистости трещины

В частности, для представленной трещины углы извилистости изменяются от 6 до 29 градусов и в среднем составляют $\alpha_B = 16,9$ град. Отклонения от линии извилистости будут характеризовать шероховатость трещины.

Для количественной оценки шероховатости трещин проведен анализ различных траекторий трещин, для которых в опыте определен показатель шероховатости. Установлено [5], что коэффициент шероховатости трещин достаточно надежно определяется фрактальной размерностью траектории d_f [2]:

$$K_{ш} = 0,5 \cdot d_f^{5.2}. \quad (4)$$

Таким образом, вышеизложенные результаты исследований позволяют количественно определять коэффициенты шероховатости $K_{ш}$ и извилистости α_B трещин для аналитического описания их паспорта прочности. Однако если в случае рассматриваемых трещин (см. рис. 3) разделение шероховатости и извилистости очевидно, то для множества других природных трещин границу между этими характеристиками установить чисто визуально не представляется возможным. Тогда задачей анализа должно стать обоснование объективного количественного критерия выделения трещин, заведомо обладающих извилистостью.

В работе [6] для оценки фрактальных свойств поверхности предлагаются методы спектрального анализа. Приводятся исследования данного аспекта для самых различных поверхностей – от рельефа Луны до поверхности тазобедренного сустава человека. Анализ этих результатов приводит к мысли, что фрактальность любых поверхностей является общей природной закономерностью.

Количественной мерой служит дисперсия высоты неровностей рельефа поверхности:

$$\sigma^2 = \int_{\omega_0}^{\infty} G(\omega) d\omega, \quad (5)$$

где $G(\omega)$ – пространственный спектр мощности; $\omega = 2\pi f$ – угловая пространственная частота; $f = 1/\lambda$ – пространственная частота; λ – длина волны неровностей поверхности.

Любые объекты (физические системы) с конечным размером l_0 характеризуются минимально возможной пространственной частотой:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1/l_0. \quad (6)$$

Тогда наибольшая длина волны поверхности $\lambda_0 = 1/f_0$. Как и в линейном случае, общая площадь поверхности будет увеличиваться по мере уменьшения шага измерения. В качестве модели описания поверхности может служить нестационарный процесс фрактального броуновского движения (процесс Винера – Леви). Для оценки как геометрических, так и статистических свойств поверхности вводится понятие *топозезы* L_0 , которая связана с дисперсией следующим образом:

$$\sigma^2 = L_0 \lambda_0 = \frac{L_0}{f_0} = 2\pi L_0 / \omega_0. \quad (7)$$

С учетом L_0 пространственный спектр мощности запишется в виде

$$G(\omega) = \frac{2\pi L_0}{\omega^2} = \left(\frac{L_0}{2\pi} \right) \lambda^2 \quad (8)$$

или

$$G\left(\frac{1}{\lambda}\right) = L_0 \lambda^2. \quad (9)$$

Здесь длина волны $\lambda = 1/f$ может иметь смысл шага измерения рельефа поверхности, обладающей фрактальными свойствами:

$$G(f) = \frac{L_0}{f^\beta}. \quad (10)$$

Показатель степени β называется спектральным параметром:

$$\beta = 2H + 1. \quad (11)$$

Фрактальная размерность поверхности следующая:

$$D_f = 3 - H . \quad (12)$$

Из уравнений (10) и (11) следует, что $\beta = 2(3 - d_f) + 1 = 7 - 2d_f$ и уравнение (12) запишется в виде

$$G(f) = L_0 f^{2D_f - 7} . \quad (13)$$

По данной схеме выполнен спектральный анализ большого числа трещин, как исследованных нами, так и взятых из литературных источников. Как следует из полученных данных, наиболее характерным признаком наличия извилистости трещин может служить величина их топотезы. Границей можно считать $L_0 = 10^{-5}$ м. Все трещины с топотезой выше этого предела обладают выраженной извилистостью, которую необходимо выделить и учесть коэффициентом α_B . При анализе отмечено, что спектр мощности траекторий трещин закономерно возрастает по мере все более явного проявления их извилистости. Результаты спектрального анализа рассматриваемых выше трещин представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты анализа спектров траекторий трещин

Характеристики траекторий	Трещина гранита	Трещина базальта (исходные координаты)	Трещина базальта (характеристики шероховатости)
Частота, 1/м	33	12,5	45
Дисперсия, м ²	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$7,2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$
Топотеза $L_0 \cdot 10^{-5}$, м	0.82	9,0	0.64
Спектр мощности	$7,0 \cdot 10^{-8}$	$6,7 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-8}$

Анализ исходных траекторий, показанных на рис. 3, дает значения топотезы для трещины гранита менее указанного порога ($L_0 = 10^{-5}$ м), а для трещины базальта – выше него. Однако после нахождения линии извилистости (см. рис. 4) превышение неровностей над ней, т. е. линия шероховатости характеризуется топотезой $L_0 = 0,64 \cdot 10^{-5}$ м, что уже меньше ее критического значения. Таким образом, использование спектрального анализа траектории трещин и использование в качестве критерия величины топотезы служит достаточно надежным инструментом разделения характеристик шероховатости и извилистости природных трещин.

Для определения работоспособности предложенной методики выполнены эксперименты по сдвигу гранита Шарташского месторождения. Исследованы три образца при ступенчато изменяющемся нормальном давлении. Трещины образовывались путем раскалывания образцов соосной линейной нагрузкой. На каждом из образцов получены траектории верхней и нижней границы трещины с их противоположных сторон. Несмотря на достаточную однородность исследуемых пород, полученные трещины (что вполне ожидаемо) имеют различные траектории. Для построения паспорта прочности необходимо определить коэффициенты шероховатости и извилистости трещин. Для каждой из траекторий они отличаются по величине. Однако для использования уравнений (1 – 3) требуется единая характеристика трещин. Использовать для этого усредненную траекторию некорректно в силу того, что при таком усреднении изгибы трещин могут взаимно нивелироваться. Поэтому целесообразно определять шероховатость и извилистость каждого следа трещин и затем усреднять эти коэффициенты с учетом доверительных интервалов.

Реализация изложенной выше методики позволила определить геометрические характеристики трещин образцов, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Геометрические характеристики трещин

Показатели	Образец № 1	Образец № 2	Образец № 3	Средние
Извилистость, град	5,8	4,3	2,5	4,2
Фрактальная размерность	1,74	1,80	1,87	1,81
Коэффициент шероховатости	9,1	10,7	13,2	11,0

По опытным данным определены уравнения и построен паспорт прочности гранита (рис. 5).



Рис. 5 – Паспорт прочности при сдвиге гранита по трещине

Начальная часть паспорта прочности описывается нелинейным уравнением (2):

$$\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \left[54 + 11 \cdot \lg \left(\frac{450}{\sigma} \right) \right] + 7.$$

В финальной части эта кривая переходит в прямую, описываемую уравнением (3):

$$\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg}[54 + 4,2] + 25.$$

Граница перехода определяется прочностью при сжатии материала стенок трещины $\sigma_{\text{тр}} = 450$ кПа и составляет $\sigma^* = 15$ кПа.

Таким образом, полученные результаты подтверждают адекватность и работоспособность предлагаемой методики оценки параметров извилистости и шероховатости трещин. Это позволяет осуществлять прогноз прочности трещиноватой породы с учетом фрактальной геометрии трещин.

Литература

1. Barton N.R., Bandis S.C. Effect of block size on the shear behavior of jointed rock // 23rd U.S. symp. on rock mechanics, Berkeley. - 1982. - P. 739 – 760.
2. Речицкий В.И. Современные методы определения прочности на сдвиг по трещине / В.И. Речицкий, С.А. Эрлихман // Геоэкология. - 1997. - № 5. – С. 102 - 114.
3. Зерцалов М.Г. Механика скальных грунтов и скальных массивов / М.Г. Зерцалов. – М.: ИД «Юриспруденция», 2003. – 184 с.



-
4. Латышев О.Г. Неоднородность трещинной структуры и прочность горных пород / О.Г. Латышев // Изв. вузов. Горный журнал. - 2014. –№ 6. – С. 152 - 159.
 5. Латышев О.Г. Фрактальная размерность трещины как мера ее шероховатости / О.Г. Латышев, В.В. Франц, Д.В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. - 2015. – № 8. –С. 55 - 60.
 6. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки / А.А. Потапов. – М.: Университетская книга, 2005. - 848 с.