

УДК 622.28+550.34

**Деев Петр Вячеславович**

доктор технических наук, доцент,  
Тульский государственный университет,  
300012, г. Тула, пр. Ленина, 92  
e-mail: [dodysya@yandex.ru](mailto:dodysya@yandex.ru)

**Тормышева Ольга Александровна**

кандидат технических наук, доцент,  
Тульский государственный университет  
e-mail: [knopka.85@bk.ru](mailto:knopka.85@bk.ru)

**Петрухин Максим Андреевич**

аспирант,  
Тульский государственный университет  
e-mail: [mpetruhin@mail.ru](mailto:mpetruhin@mail.ru)

### ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ПОРОД НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КРЕПИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ\*

#### Аннотация:

Предложена методика оценки напряженного состояния подземных конструкций при сейсмических воздействиях землетрясений, позволяющая учитывать отражение и преломление сейсмических волн на границе раздела пород с разными деформационными характеристиками. В основе методики лежит аналитическое решение плоской квазистатической задачи теории упругости о напряженном состоянии кольца, подкрепляющего отверстие вблизи линии контакта двух полуплоскостей. Среда, имеющая отверстие, наружена на бесконечности и прямолинейной границе напряжениями, взятыми из известного решения динамической задачи об отражении и преломлении плоских гармонических волн на границе раздела. Решение рассматриваемой квазистатической задачи получено с использованием теории аналитических функций комплексного переменного, интегралов типа Коши и комплексных рядов. Решение сведено к итерационному процессу, на каждом шаге которого уточняется влияние границы раздела на напряженное состояние кольца, моделирующего крепь выработки. Выявлены условия, при которых наблюдается возрастание амплитуд горизонтальных напряжений на границе раздела и сейсмических напряжений в подземной конструкции. Получены зависимости амплитуд напряжений на линии контакта от угла падения сейсмических волн при разных характеристиках контактирующих сред. Выполнено сравнение результатов расчета крепи круговой выработки, полученных с использованием предлагаемого подхода и стандартной методики. Использование разработанной методики позволило выявить возможность значительного увеличения сейсмической нагрузки на крепь горной выработки при наличии вблизи нее границы раздела разных пород. Сделаны предложения по распространению используемого подхода на расчет крепи выработок некругового поперечного сечения и подземные сооружения, расположенные на небольшой глубине.

Ключевые слова: крепь, напряженное состояние, землетрясение, граница раздела, квазистатическая задача, теория упругости

DOI: 10.18454/2313-1586.2017.04.020

**Deev Petr V.**

doctor of technical sciences, assistant professor,  
Tula State University,  
300012 Tula, 92 Lenin av.  
e-mail: [dodysya@yandex.ru](mailto:dodysya@yandex.ru)

**Tormisheva Olga A.**

candidate of technical sciences, assistant professor,  
Tula State University  
e-mail: [knopka.85@bk.ru](mailto:knopka.85@bk.ru)

**Petruhin Maksim A.**

post-graduate,  
Tula State University  
e-mail: [mpetruhin@mail.ru](mailto:mpetruhin@mail.ru)

### INFLUENCE OF ROCK INTERFACE ON STRESSED STATE OF MINE SUPPORT SUBJECTED TO SEISMIC ACTION

#### Abstract:

The methods estimating the stressed state of underground structures under seismic action of earthquakes and taking into account reflection and refraction of seismic waves at the interface of rocks with different deformation properties are proposed. The methods are based on an analytical solution of the plane pseudo-static elasticity theory problem on stressed state of the ring supporting an opening near the interface of two half-planes. The half-plane with the opening is loaded at infinity and along straight boundary by stresses found from known solution of the dynamic problem on reflection and refraction of plane harmonic waves at interface. Solution of the problem has been obtained with the help of complex analytical functions theory, Cauchy type integrals and complex series. The solution is reduced to an iteration process specifying interface influence on every step of approximation. The favourable conditions for growth of stress amplitudes at the interface and stresses in an underground structure are discovered. The dependencies of stress amplitudes on wave incident angle have been obtained. The design results obtained for a circle opening support are compared with the data received by the standard technique. The developed methods permit to find the possibility of significant seismic load increasing on the underground structure located near the rock interface. It is proposed to apply the approach used for the design of non-circular shape supports and shallow underground structures.

Key words: support, stress state, earthquake, interface, pseudo-static problem, elasticity theory.

\* Исследования выполнены в рамках гранта Президента РФ МД-1280.2017.5

Наличие в горном массиве протяженных границ, разделяющих породы с существенно отличающимися деформационными характеристиками, приводит к отражению и преломлению сейсмических волн, распространяющихся от очага землетрясения. Возникновение отраженных волн существенным образом влияет на напряженное состояние массива пород, а также подземных конструкций, расположенных вблизи границы раздела. На напряженное состояние подземных сооружений мелкого заложения большое влияние могут оказывать также сейсмические волны, отраженные от земной поверхности.

Существующие в настоящее время отечественные методы расчета подземных сооружений на сейсмические воздействия землетрясений [1, 2] не позволяют учесть влияние преломленных и отраженных волн на напряженное состояние подземных конструкций. Зарубежные подходы к сейсмическому расчету подземных сооружений [3, 4] принципиально отличаются от методов, используемых в России, однако также не рассматривают воздействие отраженных и преломленных волн на подземные сооружения.

В настоящей работе предлагается методика расчета подземных конструкций на сейсмические воздействия землетрясений, позволяющая учесть действие отраженных и преломленных волн на основе использования решений динамической и квазистатической задач теории упругости.

Напряженное состояние массива пород вблизи границы раздела предлагается определять с помощью известного решения динамической задачи об отражении и преломлении сейсмических волн на границе раздела двух упругих сред (рис. 1).

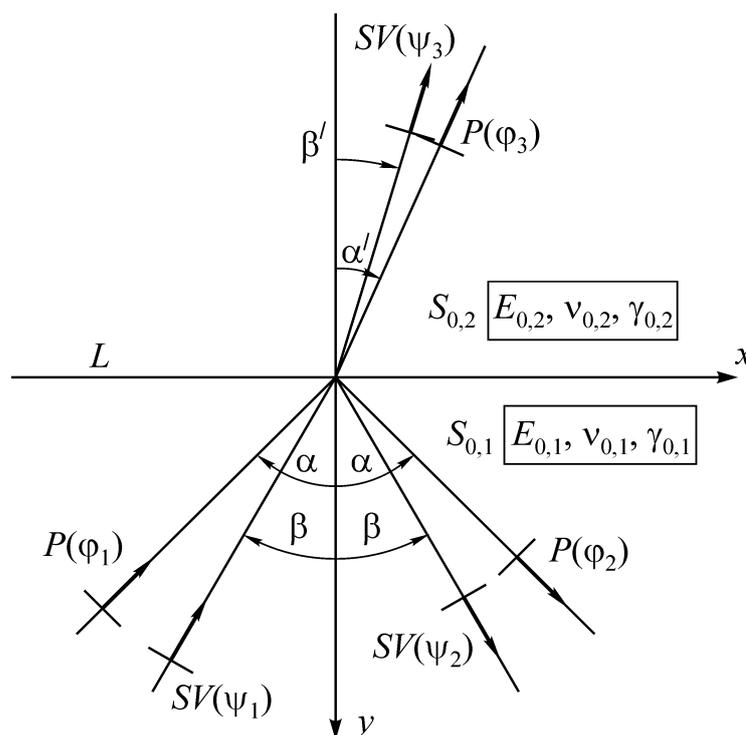


Рис. 1 – Отражение и преломление сейсмических волн на границе раздела

Здесь плоская продольная ( $P$ ) или поперечная ( $SV$ ) волна падает под углом, соответственно,  $\alpha$  или  $\beta$  на границу раздела сред  $S_{0,j}$  ( $j = 1, 2$ ), свойства которых характеризуются модулями упругости  $E_{0,j}$ , коэффициентами Пуассона  $\nu_{0,j}$  и объемным весом  $\gamma_{0,j}$ . В общем случае одна волна, падая на границу  $L$ , приводит к образованию двух отраженных и двух преломленных волн.

Перемещения точек сред  $S_{0,j}$  выражаются через скалярный и векторный потенциалы, представляемые в виде экспоненциальных функций  $\varphi_j$  и  $\psi_j$ , определяемых формулами:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 e^{ik_1(l_1x - n_1y - c_1t)}; \psi_1 = A_2 e^{ik_2(l_2x - n_2y - c_2t)}; \\ \varphi_2 &= A_3 e^{ik_1(l_1x + n_1y + c_1t)}; \psi_2 = A_4 e^{ik_2(l_2x + n_2y + c_2t)}; \\ \varphi_3 &= A_5 e^{ik_3(l_3x - n_3y - c_3t)}; \psi_3 = A_6 e^{ik_4(l_4x - n_4y - c_4t)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_6$  – амплитуды волн;  $\omega$  – круговая частота;  $c_1, c_2$  и  $c_1', c_2'$  – скорости продольной и поперечной волн в средах  $S_{0,1}$  и  $S_{0,2}$ ;

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega / c_1; k_2 = \omega / c_2; k_3 = \omega / c_1'; k_4 = \omega / c_2'; \\ l_1 &= \sin \alpha; l_2 = \sin \beta; n_1 = \cos \alpha; n_2 = \cos \beta; \\ l_3 &= \sin \alpha'; l_4 = \sin \beta'; n_3 = \cos \alpha'; n_4 = \cos \beta'. \end{aligned} \quad (2)$$

Граничные условия задачи отражают равенство нормальных и касательных напряжений на границе  $L$  в любой момент времени, при этом отыскиваемое решение сводится к выражению амплитуд отраженных и преломленных волн через амплитуды волновых потенциалов в падающей волне ( $A_1$  или  $A_2$ ). Полное решение задачи приведено в работе [5].

В результате решения определяется напряженно-деформированное состояние контактирующих сред при падении на границу раздела продольной или поперечной волны. Амплитуды возникающих напряжений зависят от угла падения волн и расстояния от рассматриваемой точки до границы раздела.

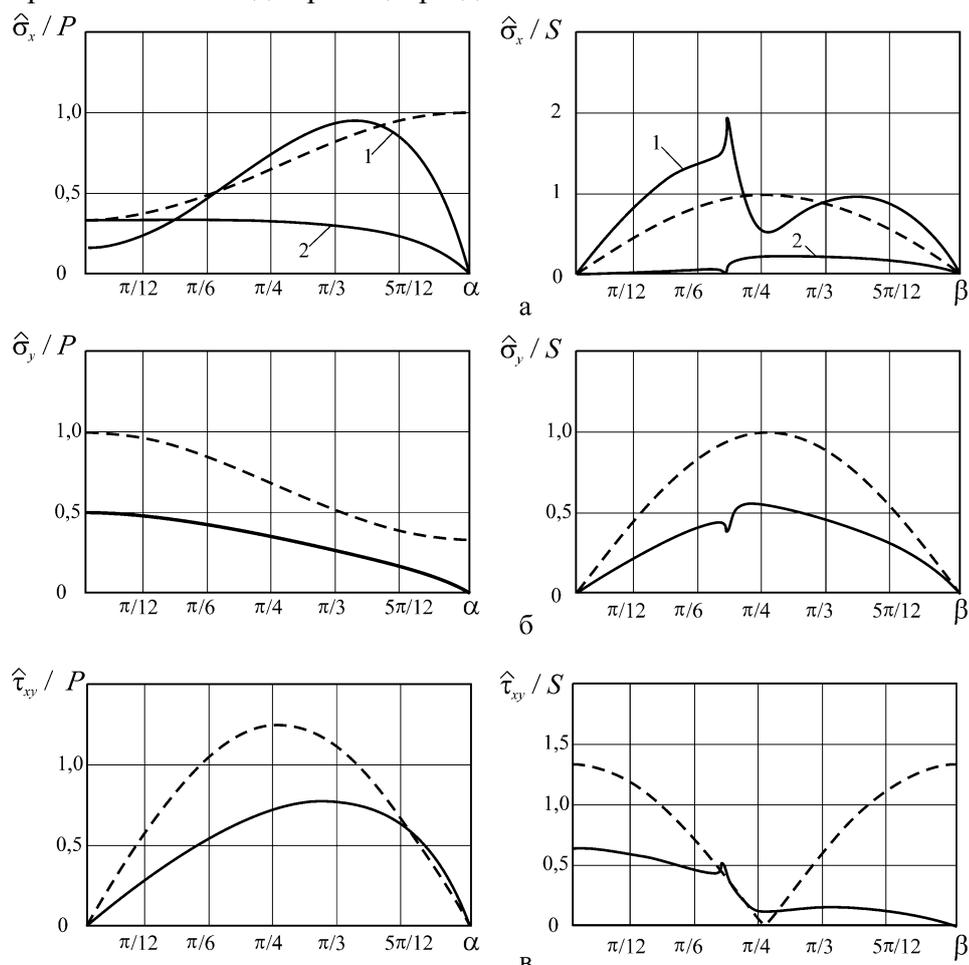


Рис. 2 – Зависимости амплитуд горизонтальных (а), вертикальных (б) и касательных (в) напряжений на границе раздела от угла падения волн

На рис. 2 показаны зависимости амплитуд напряжений на линии раздела от угла падения продольной и поперечной волн, полученные при следующих исходных данных:

$E_{0,2} / E_{0,1} = 0,1$ ;  $\nu_{0,1} = \nu_{0,2} = 0,25$ ;  $\gamma_{0,1} = \gamma_{0,2}$ . Цифрами «1» и «2» обозначены кривые, соответствующие значениям горизонтальных напряжений в нижней и верхней полуплоскостях. Пунктирные линии соответствуют напряжениям в сплошной среде.

Из зависимостей, представленных на рис. 2, видно, что наличие границы раздела оказывает существенное влияние на напряженное состояние контактирующих сред, причем в некоторых случаях отмечается значительное увеличение напряжений вблизи границы. Так, в рассматриваемом случае можно заметить почти двукратный рост горизонтальных напряжений в нижней полуплоскости при углах падения поперечной волны, близких к критическому углу, т. е. углу падения волны, при котором угол преломления равен  $90^{\circ}$  (см. рис. 2 а).

Для обеспечения безопасности подземных сооружений важно определить условия, при которых возможно усиление сейсмического воздействия. Рассмотрение различных комбинаций исходных данных позволило выявить факторы, существенно влияющие на величину амплитуд напряжений вблизи границы раздела двух сред при прохождении через границу продольных и поперечных сейсмических волн.

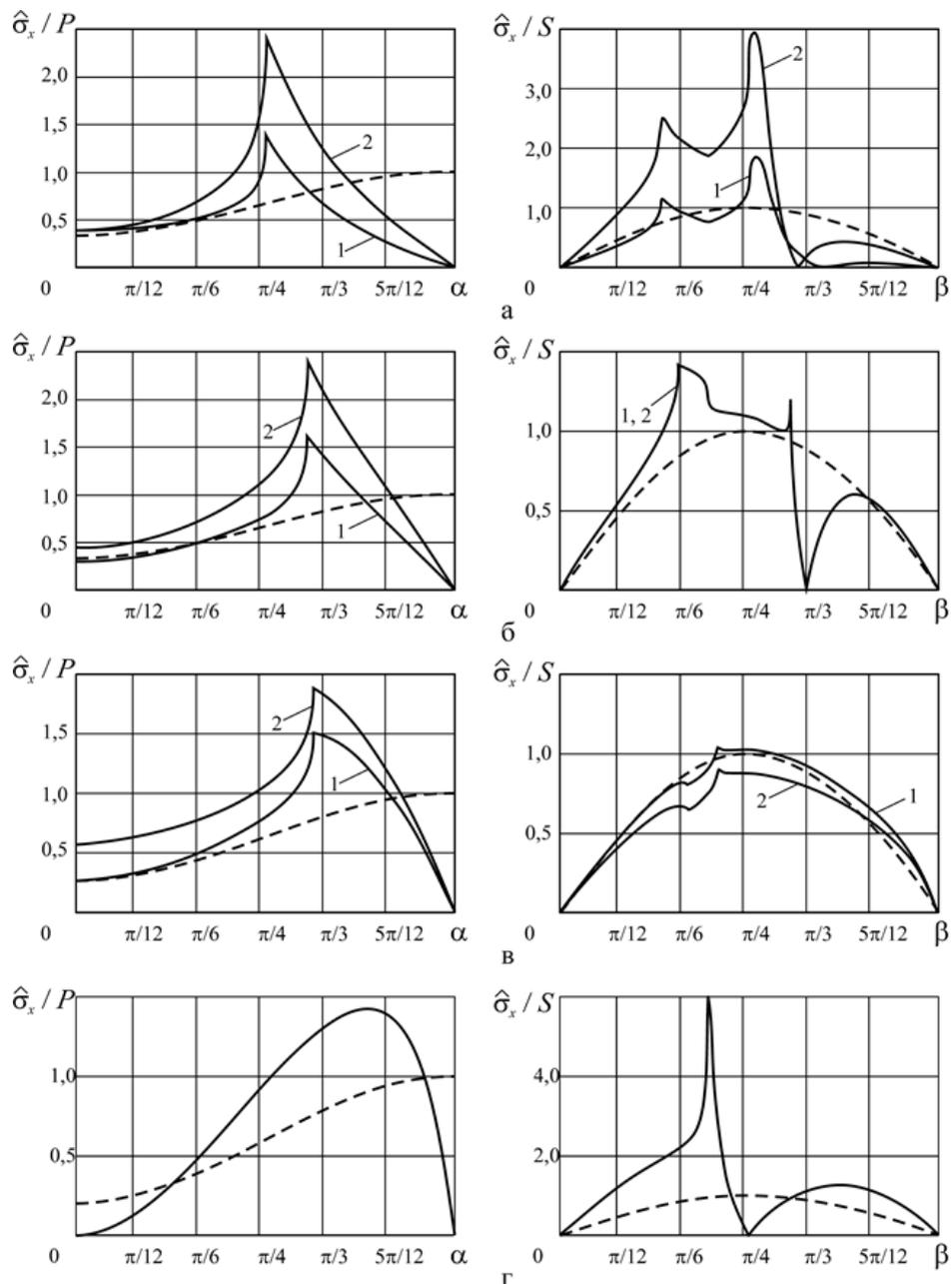


Рис. 3 – Зависимости амплитуд горизонтальных напряжений от угла падения волн, иллюстрирующие сделанные выводы

Ниже перечислены условия, при которых отмечается возрастание амплитуд напряжений вблизи границы раздела. Зависимости, иллюстрирующие сделанные выводы, представлены на рис. 3, применяемые обозначения аналогичны использованным на рис. 2.

1. Модуль упругости среды, в которую преломляются волны, больше модуля упругости второй среды  $E_{0,2} > E_{0,1}$  (рис. 3 а,  $\gamma_{0,2} = \gamma_{0,1}$ ;  $E_{0,2}/E_{0,1} = 2,0$ ;  $\nu_{0,2} = \nu_{0,1} = 0,25$ ).

2. Волны распространяются из среды с большим объемным весом в менее плотную среду  $\gamma_{0,2} < \gamma_{0,1}$  (рис. 3 б,  $\gamma_{0,2} = 0,67\gamma_{0,1}$ ;  $E_{0,2} = E_{0,1}$ ;  $\nu_{0,2} = \nu_{0,1} = 0,25$ ).

3. Вторая среда имеет больший коэффициент Пуассона  $\nu_{0,2} > \nu_{0,1}$  (рис. 3 в,  $\gamma_{0,2} = \gamma_{0,1}$ ;  $E_{0,2} = E_{0,1}$ ;  $\nu_{0,1} = 0,20$ ;  $\nu_{0,2} = 0,35$ ). Возрастание напряжений наблюдается только в случае распространения продольных волн.

4. Модуль упругости второй среды значительно ниже модуля упругости первой  $E_{0,2} \ll E_{0,1}$ . Увеличение амплитуды напряжений наблюдается только при распространении поперечных волн. Например, в случае, когда поперечная волна падает на свободную поверхность под углом, близким к критическому, отмечается шестикратный рост амплитуды горизонтальных напряжений (рис. 3 г,  $E_{0,2} = 0$ ;  $\nu_{0,1} = 0,25$ ).

В целом, как показали выполненные исследования, влияние границы раздела пород может привести к значительному увеличению горизонтальных напряжений вблизи линии контакта по сравнению с сейсмическими напряжениями, возникающими в однородном массиве пород.

Напряжения в падающей волне могут быть определены по формулам [6]:

$$P = \frac{1}{2\pi} AK_1 c_1 T_0; \quad S = \frac{1}{2\pi} AK_1 \gamma c_2 T_0, \quad (2)$$

где  $A$  – коэффициент, зависящий от интенсивности землетрясения;  $K_1$  – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения подземных сооружений;  $\gamma$  – объемный вес горных пород;  $T_0$  – преобладающий период колебаний частиц грунта;  $c_1, c_2$  – скорости продольных и поперечных волн.

Решение рассматриваемой динамической задачи позволяет определить напряжения, которые могут быть использованы для сейсмического расчета подземных конструкций, расположенных вблизи линии контакта разных пород. С этой целью рассматривается плоская квазистатическая задача теории упругости, схема которой представлена на рис. 4. Использование квазистатического подхода в рассматриваемом случае оправдано тем, что наибольшую опасность для подземного сооружения представляют длинные сейсмические волны, длина которых намного превосходит поперечные размеры подземного сооружения. Сравнение решений квазистатической и динамической задач, подтверждающих указанное предположение, приводится в работах [7 – 9].

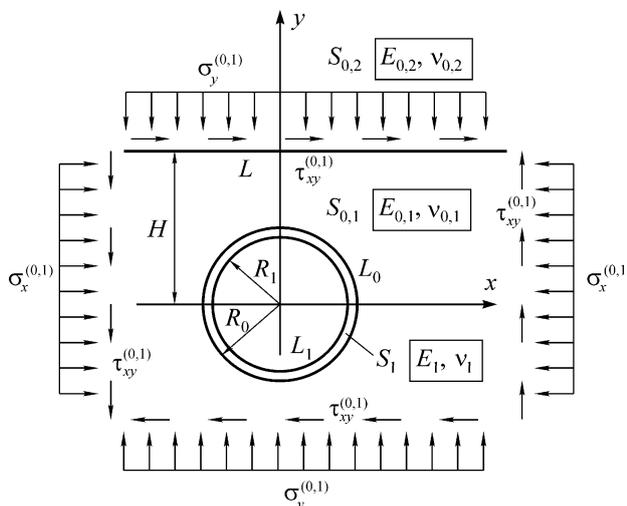


Рис. 4 – Расчетная схема крепи выработки, расположенной вблизи границы раздела пород

Здесь прямолинейная граница  $L$  разделяет упругие полуплоскости  $S_{0,1}$  и  $S_{0,2}$ . В нижней полуплоскости  $S_{0,1}$  имеется круговое отверстие, подкрепленное кольцом  $S_1$ . Деформационные свойства каждой из рассматриваемых сред характеризуются модулем деформации и коэффициентом Пуассона. Нижняя полуплоскость нагружена на бесконечности и на границе  $L$  напряжениями  $\sigma_x^{(0,1)}$ ,  $\sigma_y^{(0,1)}$ ,  $\tau_{xy}^{(0,1)}$ , полученными из решения динамической задачи, рассмотренной ранее. Указанные напряжения определяются в точке, расположенной на расстоянии  $H$  от границы раздела сред при угле падения и фазе волны, соответствующих наиболее невыгодному напряженному состоянию, которое может возникнуть в кольце  $S_1$ , моделирующем обделку тоннеля. На линиях контакта  $L$  и  $L_0$  выполняются условия непрерывности смещений и напряжений, внутренний контур кольца  $L_1$  свободен от действия внешних сил.

Решение рассматриваемой задачи получено с использованием теории аналитических функций комплексного переменного [10], интегралов типа Коши и комплексных рядов. Решение сводится к итерационному процессу, в каждом приближении которого уточняется влияние границы раздела на напряженное состояние кругового кольца, моделирующего крепь выработки. Ниже приводятся результаты расчета крепи круговой выработки радиусом  $R_0$ , центр которой расположен на расстоянии  $1,5R_0$  от границы раздела пород. Толщина крепи принята равной  $0,1R_0$ . Отношения модулей упругости материала обделки и горных пород приняты равными  $E_1 : E_{0,1} : E_{0,2} = 30 : 10 : 1$ , коэффициенты Пуассона  $\nu_1 = 0,2$ ,  $\nu_{0,1} = 0,25$ ,  $\nu_{0,3} = 0,35$ , отношение объемного веса пород  $\gamma_{0,2}/\gamma_{0,1} = 2/3$ . Углы падения продольной и поперечной волн приняты равными  $\alpha = \beta = 35,3^\circ$ . При заданном угле падения волн на границе раздела возникают максимальные горизонтальные напряжения.

Эпюры напряжений  $\sigma_\theta$ , возникающих на внутреннем и наружном контурах поперечного сечения крепи выработки при распространении в массиве продольных и поперечных волн, представлены на рис. 5. Для сравнения пунктирными линиями даны напряжения в крепи выработки, пройденной в однородном массиве. Расчетные значения напряжений, моделирующие действие сейсмических волн, и прикладываемых к среде  $S_{0,1}$  на границе  $L$  и на бесконечности, приняты следующими:

– при действии продольной волны

$$\sigma_x^{(0,1)} = 0,63P; \quad \sigma_y^{(0,1)} = 0,37P; \quad \tau_{xy}^{(0,1)} = 0,14P;$$

– при действии поперечной волны

$$\sigma_x^{(0,1)} = 2,36S; \quad \sigma_y^{(0,1)} = -0,32S \quad \tau_{xy}^{(0,1)} = 0,37S.$$

Следует принимать во внимание, что при рассмотрении сейсмического воздействия в противоположной фазе расчетные напряжения, эпюры которых приведены на рис. 5, изменят свой знак на противоположный.

Из результатов расчета, представленных на рис. 5, видно, что в рассматриваемом случае влияние границы раздела пород приводит к существенному изменению напряженного состояния крепи выработки. При этом максимальные напряжения, возникающие в крепи при действии продольных волн, несколько меньше аналогичных напряжений, возникающих в случае, когда выработка расположена в однородном массиве. При действии поперечной волны максимальные напряжения в крепи в два с половиной раза превышают аналогичные напряжения, возникающие в случае, когда выработка расположена в однородном массиве пород.

Предложенная методика дает возможность учитывать возрастание сейсмической нагрузки на подземные сооружения, обусловленное влиянием отражения длинных сейсмических волн от границ раздела пород или земной поверхности, также может учитываться преломление сейсмических волн на границе раздела. Методика вводится в рамках

квазистатического подхода к расчету подземных сооружений на сейсмические воздействия землетрясений, принятого в Российской Федерации, и снимает некоторые противоречия, касающиеся применения рассматриваемого подхода к расчету объектов мелкого заложения. Использование методики при практическом проектировании должно способствовать повышению сейсмостойкости объектов, сооружаемых в сейсмически опасных районах.

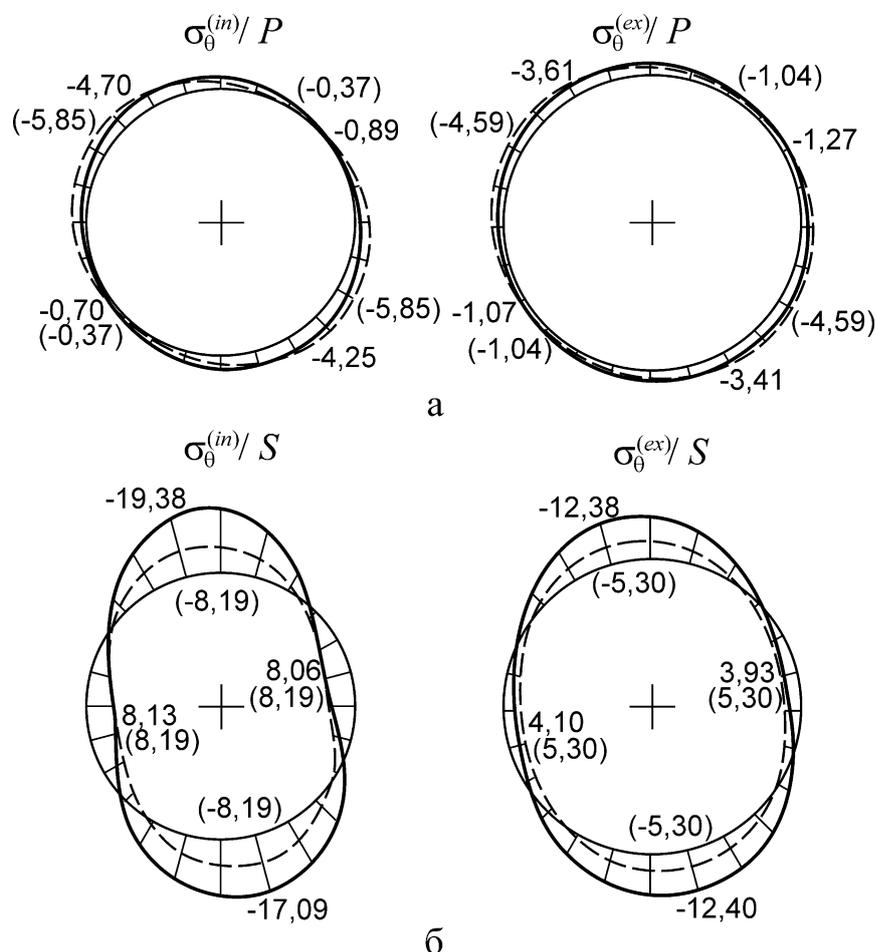


Рис. 5 – Напряжения  $\sigma_{\theta}$  на внутреннем (а) и наружном (б) контурах поперечного сечения крепи

Найденное аналитическое решение рассматриваемой плоской квазистатической задачи теории упругости позволяет определить напряженное состояние только крепи круговой выработки, однако получение решения задачи о напряженном состоянии кольца произвольной формы, моделирующем крепь выработки некругового сечения, не должно вызвать принципиальных затруднений.

Целесообразным представляется использование предложенного подхода для определения сейсмонапряженного состояния крепи выработки, расположенной в слое породы или в приповерхностном слое относительно слабых грунтов.

### Литература

1. Саммаль А.С. Расчет обделок комплексов тоннелей мелкого заложения на сейсмические воздействия землетрясений / А.С. Саммаль, С.В. Анциферов, П.В. Деев // Современные проблемы гидрогеологии, инженерной гидрогеологии и гидроэкологии: матер. всеросс. конф. / Томский политехнический университет. – Томск, 2015. – С. 366 - 370.

2. Деев П.В. Расчет обделок параллельных транспортных тоннелей на действие длинных сейсмических волн заданного направления / П.В. Деев // Сб. докл. IX междунар. конф. ПГУПС, Санкт-Петербург 27 - 28 мая 2014 г. - СПб.: ПГУПС, 2014. – С. 59 - 65.
3. Hashash Yu.M.A. Seismic design and analysis of underground structures / Hashash Yu.M.A. [et. al]] // Tunneling and underground space technology. – Vol. 16. – 2001. – P. 247 - 293.
4. Rostami A. Evaluation of seismic behavior and earth's surface acceleration, by interaction of tunnels with different shapes and different types of soils / A. Rostami [et al.] // Open journal of civil engineering – No 6. – 2016. – P. 242 - 253.
5. Miklowitz J. The theory of elastic waves and waveguides. Noth-Holland series in applied mathematics and mechanics. – Vol. 22. – 1978. – 618 p.
6. СП 268.1325800.2016. Транспортные сооружения в сейсмических районах. Правила проектирования. – М., 2017. – 107 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/456044283>
7. Pao, J.H. Dynamic stress concentration in elastic plate with rigid circular inclusion / J.H. Pao, C.C. Mow // Proc. of IV US national congress of applied mechanics. – Berkeley, USA, 1962. – P. 335 - 345.
8. Lemos, J.V. Numerical and analytical modelling of the seismic behaviour of shallow tunnels / J.V. Lemos [et al.] // Proc. of the int. symp. on modern tunneling science and technology. Kyoto, Japan. 30.10-01.11.2001. – Vol.2. – P. 675 - 680.
9. Саммаль А.С. О применимости решений квазистатических задач для определения напряженного состояния крепи некруговых выработок при действии длинных сейсмических волн / А.С. Саммаль и др. // Матер. 13-го междунар. симп. 25 - 29.09.2015 Белгород, Россия. – С. 247 - 253.
10. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966.