#### УДК 622.831:519.72

#### Антонов Владимир Александрович

главный научный сотрудник, доктор технических наук, Институт горного дела УрО РАН, 620075, г. Екатеринбург, ул. Мамина-Сибиряка, 58. e-mail: <u>Antonov@igduran.ru</u>

## ГЕОИНФОРМАЦИОННОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ БЛОКОВ ГОРНЫХ ПОРОД<sup>\*</sup>

#### Аннотация:

Изложена методология геоинформационного модельного отображения горизонтальной деформации локализованного участка земной поверхности двух смежных блоков горного массива, вмещающего отрабатываемое или законсервированное месторождение полезных ископаемых. Модель деформации выражена аналитически математическими соотношениями. Она создана по данным перемещений маркеров земной поверхности, зафиксированных навигацией GPS, исходя из представлений о блоках по пространственным ограничениям их горизонтальных размеров и упругих свойств в иерархической мозаичной структуре слагающих горных пород. Идентификация параметров модели проводится методами наименьших квадратов и приближений параболической вершины, реализуемых в указанной последовательности итерационных расчетов по приведенным формулам оптимизации. При наличии вращения блоков достаточно по векторам маркеров идентифицировать координаты его условных центров в предположении, что поступательное сдвижение блоков отсутствует. Итерационные расчеты регулируются среднеквадратической невязкой модельных и маркерных перемещений, которая сводится к допустимому малому ограничению, определяемому погрешностью позиционирования GPS. В модели рассмотрены линейные и угловые деформации площади, которые образуются на земной поверхности в зоне контакта перемещающихся блоков горных пород. Показана связь этих деформаций, зависяшая от геопространственной ориентации обозначенной зоны. Поэтому площадная деформация, с учетом трансформирования форм земной поверхности в разных направлениях, представлена суммой линейных и угловых деформаций. Возможности геоинформационного обнаружения моделью зон горизонтальной деформации разного значения и знака показаны на практическом примере зафиксированных разнонаправленных перемещений маркеров в мониторинге GPS и расчета соответствующих модельных параметров.

Ключевые слова: блок земной поверхности, вектор перемещения, модель, вращение, поступательное сдвижение, деформация DOI: 10.25635/2313-1586.2020.04.098

#### Antonov Vladimir A.

Doctor of Engineering Sciences, Chief Research Worker, Institute of Mining, Ural Branch of RAS, 620075 Ekaterinburg, 58 Mamina-Sibiryaka Str. e-mail: <u>Antonov@igduran.ru</u>

### GEOINFORMATIONAL DISPLAYING OF HORIZONTAL DEFORMATION OF THE EARTH'S SURFACE OF ROCK BLOCKS

#### Abstract:

The paper describes methodology of geoinformation model mapping of horizontal deformation of a localized section of the earth's surface of two adjacent blocks of a mountain range containing a developed or preserved mineral deposit. It explains the deformation model analytically by mathematical relations. The model results from the data of movements of the earth's surface markers recorded by GPS navigation, based on the ideas about blocks marked on the spatial restrictions of their horizontal dimensions and elastic properties in the hierarchical mosaic structure of composing rocks. Identification of model parameters is performed using the methods of least squares and parabolic vertex approximations implemented in the specified sequence of iterative calculations using the given optimization formulas. If there is a rotation of blocks, it is sufficient to identify the coordinates of its conditional centers from the marker vectors, assuming that there is no translational movement of the blocks. Iterative calculations are regulated by the standard deviation of model and marker displacements, which is reduced to an acceptable small limit determined by the GPS positioning error. The model considers linear and angular deformations of the area formed on the earth's surface in the contact zone of moving rock blocks. The paper shows the relationship between these deformations, depending on the geospatial orientation of the designated zone. Therefore, the areal deformation, taking into account the transformation of the earth's surface shapes in different directions, occurs as the sum of linear and angular deformations. The possibilities of geoinformation detection by the model of horizontal deformation zones of different values and signs are shown on a practical example of recorded multidirectional movements of markers in GPS monitoring and calculation of the corresponding model parameters.

Key words: block of the earth's surface, displacement vector, model, rotation, translational motion, deformation

#### Введение

Геоинформационное отображение горизонтальной деформации земной поверхности блоков горных пород необходимо для обнаружения геодинамически опасных зон структурно-блочного горного массива с пространственно неоднородными упруги-

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Работа выполнена в рамках Госзадания 007-00293-18-00, тема 0405-2019-0006.

ми свойствами, приводящими к ее зональному распределению [1, 2]. С этой целью проводят GPS мониторинг перемещений маркеров (реперов), установленных в разных точках земной поверхности [3 – 7]. Результативность мониторинга зависит от интерпретационных моделей, устанавливающих связь перемещений маркеров с образующейся деформацией и позволяющих определять с достаточной полнотой и достоверностью зоны ее локализации.

Однако известные модели деформаций строят цифровыми методами конечных элементов по представлениям о земной поверхности как сплошной пластично-упругой среде [8 – 11]. Поэтому в моделируемых ее перемещениях не отражаются закономерности и связи, свойственные блочной структуре горного массива и необходимые для экстраполяции и обнаружения деформации земной поверхности в прогнозируемых зонах.

В исследовании [12] показано, что обозначенная проблема эффективно решается с применением бинарной модели, описывающей геопространственное распределение зон горизонтальной деформации земной поверхности двух сопряженных блоков горных пород, ограниченных по горизонтальным размерам и упругим свойствам в иерархической мозаичной структуре горного массива. В данной статье изложена методология идентификации параметров модели по экспериментально зафиксированным перемещениям маркеров, а также интерпретации деформационных процессов, происходящих в зоне межблочного контакта.

## Формирование модели

Геопространственное распределение деформации земной поверхности двух сопряженных блоков горных пород, возникающей в результате неоднородного разнонаправленного перемещения ее точек, описывается аналитическими выражениями, полученными в работе [12]. В правосторонней системе пространственных координат x, yлинейные  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и угловые  $\varepsilon_{yx}$ ,  $\varepsilon_{xy}$  деформации выражаются следующими соотношениями:

$$\begin{split} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} &= \frac{U_{x2} - U_{x1}}{\lambda_{x} \left(2 + e^{\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}} + e^{-\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}}\right)}{\lambda_{x} \left(2 + e^{\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}} + e^{-\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}}\right)} ; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{y} &= \frac{U_{y2} - U_{y1}}{\lambda_{y} \left(2 + e^{\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}} + e^{-\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}}\right)}{\lambda_{y} \left(2 + e^{\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}} + e^{-\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}}\right)}; \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} &= \frac{\varepsilon_{x}}{\left| \lg \gamma \right|} - \frac{\Delta \varphi_{1}}{1 + e^{\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}}} - \frac{\Delta \varphi_{2}}{1 + e^{-\frac{(x - x_{r})}{\lambda_{x}}}}; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{yx} &= \varepsilon_{y} \left| \lg \gamma \right| + \frac{\Delta \varphi_{1}}{1 + e^{\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}}} + \frac{\Delta \varphi_{2}}{1 + e^{-\frac{(y - y_{r})}{\lambda_{y}}}}; \\ U_{x1} &= U_{c1} \cos \alpha_{1} - (y - y_{u1}) \Delta \varphi_{1}; \\ U_{x2} &= U_{c2} \cos \alpha_{2} - (y - y_{u2}) \Delta \varphi_{2}; \\ U_{y2} &= U_{c2} \sin \alpha_{2} + (x - x_{u2}) \Delta \varphi_{2} , \end{split}$$

где  $U_{c1}$ ,  $U_{c2}$  – модуль вектора поступательного сдвижения всех точек первого и второго блоков;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – угол между направлением сдвижения и осью x в первом и втором блоке;  $\Delta \phi_1$ ,  $\Delta \phi_2$  – угол вращения первого и второго блоков;  $x_{u1}$ ,  $y_{u1}$  и  $x_{u2}$ ,  $y_{u2}$  – координаты центра вращения первого и второго блоков;  $y_r = f(x)$  – монотонно изменяющаяся, гладкая и непрерывная функция, отображающая положение межблочной граничной линии, на которой проекции  $U_{x1}$ ,  $U_{y1}$  и  $U_{x2}$ ,  $U_{y2}$  уменьшаются наполовину, т. е. в два раза;  $x_r = f^{-1}(y)$  – обратная функция граничной линии;  $\lambda_x = \lambda \csc \gamma$ ;  $\lambda_y = \pm \lambda \sec \gamma$ ;  $\gamma$  – угол наклона к оси x прямой касательной линии, проведенной к графику функции  $y_r$ ;  $\lambda$ – половина длины релаксации, отложенная по перпендикуляру к граничной половинной линии, при которой перемещения точек блока, противоположно удаленных от нее, отличаются в e раз, где e – основание натурального логарифма. **ТРОБЛЕМЫ НЕДРОПОЛЬЗОВАНИЯ** 

Положение половинной линии межблочного контакта отображается степенной

функцией  $y_r = Ax^{\mu} + B$  и обратной функцией  $x_r = \left(\frac{y - B}{A}\right)^{1/\mu}$ . Половина длины релак-

сации  $\lambda$  характеризует крутизну ступенчатого изменения перемещений каждого блока, происходящего в зоне межблочного контакта в направлении, перпендикулярном к половинной граничной линии, т.е. ширину (расплывчатость) граничной зоны. Крутизна ступени в направлениях *x* и *y* зависит от угла  $\gamma$  наклона касательной. С учетом соответствующей производной  $tg \gamma = A \mu x^{\mu^{-1}}$  релаксационные интервалы ступенчатой функции представляются соотношениями

$$\lambda_{x} = \frac{\lambda \sqrt{1 + (A \mu x_{r}^{\mu^{-1}})^{2}}}{|A \mu x_{r}^{\mu^{-1}}|}; \qquad \lambda_{y} = \pm \lambda \sqrt{1 + (A \mu x^{\mu^{-1}})^{2}},$$

где  $\lambda_y$  принимает отрицательные значения, когда производная  $A\mu x^{\mu^{-1}}$  больше нуля.

Расчеты параметров модели проводятся совмещенно методом наименьших квадратов (МНК) отклонений модельных перемещений точек земной поверхности от экспериментально наблюдаемых перемещений ее маркеров и методом приближений параболической вершины (МППВ). При условии минимизации суммы квадратов отмеченных отклонений координаты условных (в предположении  $U_{c1}=U_{c2}=0$ ) центров вращения блоков  $X_{u1}$ ,  $Y_{u1}$  и  $X_{u2}$ ,  $Y_{u2}$  и коэффициенты A и B рассчитываются в итерационном процессе последовательных приближений по следующим выведенным формулам МНК:

$$\begin{split} X_{u1} &= \frac{\Delta_{x1}}{\Delta \varphi_{1} \cdot \Delta_{x}}; \ X_{u2} = \frac{\Delta_{x2}}{\Delta \varphi_{2} \cdot \Delta_{x}}; \ Y_{u1} = \frac{\Delta_{y1}}{\Delta \varphi_{1} \cdot \Delta_{y}}; \ Y_{u2} = \frac{\Delta_{y2}}{\Delta \varphi_{2} \cdot \Delta_{y}}; \\ A &= \frac{\overline{y_{u} x^{\mu}} - \overline{y_{u} \cdot x^{\mu}}}{\overline{x^{2\mu}} - \overline{x^{\mu}}^{2}}; \ B &= \frac{\overline{x^{2\mu} y_{u}} - \overline{y_{u} x^{\mu}} \cdot \overline{x^{\mu}}}{\overline{x^{2\mu}} - \overline{x^{\mu}}^{2}}, \\ \text{гле } \Delta_{x} &= \left| \frac{\overline{(1 + e^{f_{y}})^{-2}}}{(2 + e^{f_{y}} + e^{-f_{y}})^{-1}} - \overline{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}}}{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}} \right|; \ \Delta_{y2} &= \left| \frac{\overline{(1 + e^{f_{y}})^{-2}}}{(2 + e^{f_{x}} + e^{-f_{x}})^{-1}} - \overline{(1 + e^{-f_{x}})^{-2}}} - \overline{(1 + e^{-f_{x}})^{-2}}} \right|; \\ \Delta_{x1} &= \left| \frac{\Phi_{x1}}{\Phi_{x2}} - \overline{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}}}{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}} \right|; \ \Delta_{x2} &= \left| \frac{\overline{(1 + e^{f_{y}})^{-2}}}{(2 + e^{f_{y}} + e^{-f_{y}})^{-1}} - \Phi_{x1}}{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}} \right|; \ \Delta_{y1} &= \left| \frac{\Phi_{y1}}{\Phi_{y2}} - \overline{(1 + e^{-f_{x}})^{-2}}} - \overline{(1 + e^{-f_{x}})^{-2}}} \right|; \\ \Delta_{x2} &= \left| \frac{\overline{(1 + e^{f_{x}})^{-2}}}{(1 + e^{-f_{y}})^{-2}} - \Phi_{y1}}{(1 + e^{-f_{y}})^{-1}} - \Phi_{y2}} \right|; \ \Phi_{x1} &= \frac{\overline{x_{u} \Delta \varphi_{1}}}{(1 + e^{f_{y}})^{2}} + \frac{x_{u} \Delta \varphi_{2}}{2 + e^{f_{y}} + e^{-f_{y}}}}; \\ \Phi_{x2} &= \frac{\overline{x_{u} \Delta \varphi_{1}}}{2 + e^{f_{y}} + e^{-f_{y}}} + \frac{x_{u} \Delta \varphi_{2}}{(1 + e^{-f_{y}})^{2}} - \frac{y_{u} - \overline{y_{u}}}{1 + e^{-f_{y}}}}; \\ \Phi_{y2} &= \frac{\overline{y_{u} \Delta \varphi_{1}}}{2 + e^{f_{x}} + e^{-f_{x}}} + \frac{y_{u} \Delta \varphi_{2}}{(1 + e^{-f_{y}})^{2}} + \frac{x_{u} - x_{u}}{1 + e^{-f_{y}}}; \\ \Phi_{y2} &= \frac{\overline{y_{u} \Delta \varphi_{1}}}{2 + e^{f_{x}} + e^{-f_{x}}} + \frac{y_{u} \Delta \varphi_{2}}{(1 + e^{-f_{x}})^{2}} + \frac{x_{u} - x_{u}}{1 + e^{-f_{x}}}}; \\ t_{x1} &= \frac{(x_{u1} - x_{u1})}{\lambda_{x1}}; \ t_{y1} = \frac{(y_{u1} - y_{u1})}{\lambda_{y1}}. \end{split}$$

В приведенных формулах применены начальные  $x_{\rm hi}$ ,  $y_{\rm hi}$  и конечные  $x_{\rm ki}$ ,  $y_{\rm ki}$  координаты *i*-маркера. Координаты точки половинной граничной линии  $x_{\rm ri}$  и  $y_{\rm ri}$  рассчитываются по соответствующим значениям  $y_{\rm hi}$  и  $x_{\rm hi}$ . Коэффициенты *A* и *B* определяются по координатам  $x_{\rm hi}$  маркеров, расположенных в зоне межблочного контакта и приближенных к граничной половинной линии значениям  $y_{\rm ni}$ , которые оцениваются соотношением

$$y_{\pi i} = y_{\mu i} - \lambda_{yi} \ln \frac{(x_{\mu i} - X_{\mu 1}) \Delta \phi_1 - U_{yi}}{U_{yi} - (x_{\mu i} - X_{\mu 2}) \Delta \phi_2}.$$

Черта над аналитическими выражениями показывает усреднение по количеству маркеров.

Параметры  $\Delta \phi_1$ ,  $\Delta \phi_2$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  определяются МППВ по соответствующим методикам М7Т и М3Т [13].

## Свойства площадной деформации

Линейная горизонтальная деформация приводит к изменению формы и площади фигуры на земной поверхности. Если, например, сторона *а* квадрата изменяется на интервал  $\Delta x$ , то линейная деформация полученного прямоугольника выражается соотношением  $\varepsilon_x = \Delta x/a$ . Угловая деформация возникает при неоднородном распределении сдвига поверхностной формы и не изменяет значения ее площади. Подобные изменения на примере трансформации квадрата, характеризуемые угловым растяжением и сжатием, показаны на рис. 1. Трансформация формы площади приводит к увеличению расстояний между ее точками в направлении большой диагонали образующегося параллелограмма и уменьшению – в направлении малой диагонали. Здесь угловая деформация  $\varepsilon_{xy}$  выражается также соотношением

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\Delta x}{a}$$

где  $\Delta x$  – сдвиг в верхнем крае квадрата.

Дадим интерпретацию угловой деформации площади как меры сопутствующего относительного изменения  $\delta$  расстояний между ее точками, происходящего в направлениях продольной  $d_{np}$  и поперечной  $d_n$  диагонали. Эта мера выражается отношением их разности к исходной диагонали квадрата:



Рис. 1. Схема трансформации площади квадрата при угловом растяжении (1) и сжатии (2)

Учитывая соотношение элементов прилегающих треугольников, получаем формулу, выражающую длину диагоналей:

$$d = a \sqrt{2(1 + \varepsilon_{xy}) + \varepsilon_{xy^2}}$$

Наблюдаемая деформация поверхности земли намного меньше единицы ( $\varepsilon_{xy}$ «1). Ее значения в квадратной степени относительно весьма малы. Исключая их из рассмот-

рения и учитывая длину диагонали квадрата  $a\sqrt{2}$ , получаем следующее выражение обозначенной деформации:

$$\delta = \sqrt{1 + \varepsilon_{xy}} - \sqrt{1 - \varepsilon_{xy}} \, .$$

Разложив радикалы в ряд

$$\sqrt{(1\pm\varepsilon_{xy})}=1\pm\frac{\varepsilon_{xy}}{2},$$

ограниченный линейным приближением, получаем равенство

$$\delta = \varepsilon_{xv}$$

показывающее соответствие и численное сходство малой угловой деформации поверхности земли и относительного изменения расстояний между ее точками вдоль диагоналей. Таким образом, мера угловой деформации, наряду с линейной, является также мерой растяжения и соответствующего сжатия площадной фигуры, но направленного под углом к координатным осям *x*, *y*.

Приведенные исследования показывают, что представленные выражения линейной и угловой деформации (растяжение, сжатие), направленной вдоль осей *x*, *y* и, соответственно, под углом к ним, отображают изменения малого участка (элемента) земной поверхности по значению площади и по конфигурации. Поэтому площадная деформация є земной поверхности с учетом трансформирования ее форм в разных направлениях представлена суммой линейных и угловых деформаций [14, 15]:

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_v + \varepsilon_{xv} + \varepsilon_{vx}$$
.

Линейные деформации  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ , имеющие экстремумы на половинной граничной линии зоны межблочного контакта, по мере удаления от нее уменьшаются практически до нуля. При этом сдвиговые деформации  $\varepsilon_{xy}$  и  $\varepsilon_{yx}$  в каждом блоке определяются углом его вращения  $\Delta \phi$ , взятым со знаком, соответственно, минус и плюс. Эти деформации при суммировании компенсируются. Таким образом, в удалении от контактной зоны каждый блок перемещается как единое целое под действием жестких поверхностных связей, и суммарная площадная деформация  $\varepsilon$  отсутствует.

Существенное деформирование земной поверхности в бинарной модели возникает в зоне межблочного контакта, где связи горных пород ослабевают и нарушаются. Вклад в деформирование линейных и угловых компонент зависит от угла  $\gamma$  – наклона половинной серединной линии межблочного контакта к пространственной оси *x*. С учетом связей между линейными  $\varepsilon_{xr}$ ,  $\varepsilon_{yr}$  и угловыми деформациями в точках «г» данной линии представим площадную деформацию соотношением

$$\varepsilon_{r} = \varepsilon_{xr} \left(1 + \frac{1}{\left| \lg \gamma \right|} \right) + \varepsilon_{yr} \left(1 + \left| \lg \gamma \right| \right).$$

При равном наклоне половинной линии межблочного контакта к осям x, y (tg $\gamma = 1$ ) линейные и соответствующие угловые деформации земной поверхности попарно равны:

$$\varepsilon_{xr} = \varepsilon_{xyr}$$
;  $\varepsilon_{yr} = \varepsilon_{yxr}$ .

В условиях малого угла  $\gamma$ , т. е. небольшого наклона этой линии (tg $\gamma$  «1), линейная деформация по оси *x* намного меньше угловой по оси *y* ( $\varepsilon_{xr} \ll \varepsilon_{xyr}$ ), а линейная деформация по оси *y* намного больше угловой по оси *x* ( $\varepsilon_{yr} \gg \varepsilon_{yxr}$ ). Поэтому площадная деформация в основном определяется суммой

$$\varepsilon_{\Gamma} \approx \varepsilon_{y\Gamma} + \varepsilon_{xy\Gamma}$$
.

Когда угол  $\gamma$  приближается к 90° (tg $\gamma$  »1), линейная деформация по оси *x* намного больше угловой по оси *y* ( $\varepsilon_{xr}$  »  $\varepsilon_{xyr}$ ), а линейная деформация по оси *y* намного меньше угловой по оси *x* ( $\varepsilon_{yr} \ll \varepsilon_{yxr}$ ). Поэтому площадная деформация в основном определяется другой суммой:

$$\varepsilon_{\Gamma} \approx \varepsilon_{x\Gamma} + \varepsilon_{yx\Gamma}$$

Соотношение таких деформаций может непрерывно и существенно изменяться в зависимости от взаимной ориентации половинной линии контактной зоны и перемещений точек ее поверхности. В качестве иллюстрации подобных проявлений на рис. 2 и 3 представлены планы распределения векторов  $U_x$  перемещений точек земной поверхности, расположенных близко к серединной линии межблочного контакта, имеющей разный угол наклона, и графики образующейся линейной  $\varepsilon_x$  и угловой  $\varepsilon_{xy}$  деформации.



Рис. 2. План распределения векторов *U<sub>x</sub>* в зоне серединной линии межблочного контакта с большим углом наклона и графики образующейся в ней линейной *ε<sub>x</sub>* и угловой *ε<sub>xy</sub>* деформации

Векторы перемещений блоков земной поверхности вдали от контактной зоны отличаются в четыре раза. Ее ширина характеризуется половиной длины релаксации 5 м. Положение серединной линии зоны обозначено красным пунктиром. На плане рис. 2 протяженность зоны ориентирована почти перпендикулярно направлению векторов. Они изменяются в ней существенно по направлению оси x и весьма слабо – по направлению оси y. Поэтому по деформированному контуру прямоугольника, обозначеному на плане пунктиром, и графикам деформаций видно, что она проявляется в основном линейным сжатием с минимумом  $\varepsilon_x = -0,16$ .

По мере уменьшения угла наклона серединной линии линейная деформация уменьшается, а угловая – увеличивается. При угле наклона 45° векторы изменяются в направлениях осей *x* и *y* одинаково. Поэтому значения линейной и угловой деформации становятся равными.

На плане рис. З угол наклона половинной линии мал и протяженность зоны межблочного контакта ориентирована почти параллельно направлению векторов. Они изменяются в ней существенно лишь вдоль оси *у* и весьма слабо – по оси *х*. Поэтому по деформированному контуру параллелограмма, обозначенному на плане также пунктиром, и графикам деформаций видно, что она проявляется в основном угловым сжатием с минимальным значением  $\varepsilon_{xy} = -0,16$ .





Представленные свойства разнонаправленной трансформации земной поверхности, происходящей в зоне межблочного контакта, показывают, что наиболее полно ее деформированное состояние описывается конфигурацией ограниченных зон площадной деформации, состоящей из суммы ее линейных и угловых компонент.

# Пример геоинформационного отображения площадной деформации

По данным мониторинговых GPS измерений экспериментально определены со среднеквадратичной погрешностью  $\sigma_3 = 3,8$  мм векторы трендового перемещения маркеров земной поверхности. План размещения векторов показан на рис. 4. Расходящиеся их направления на западе и востоке свидетельствуют о наличии двух разно движущихся блоков горных пород, к которым применима бинарная модель деформации.





Параметры модели рассчитаны по перемещениям маркеров согласно методике и формулам, приведенным в предыдущем разделе. В результате итераций МНК и МВВП погрешность моделируемых перемещений точек земной поверхности сведена к приемлемому минимальному значению 4,5 мм, при котором зафиксированы ее оптимальные параметры, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Блок 1	Блок 2	Зона межблочного контакта
X <sub>ц1</sub> , =551,2 м; Y <sub>ц1</sub> =1785,1 м; ∆φ₁= 0,0007	Х <sub>ц2</sub> =999,8 м; У <sub>ц2</sub> =2900,3 м; ∆φ <sub>2</sub> = -0,00004	tg $\gamma < 0$ $\lambda = 20,5 \text{ m};  \mu = 8,04;$ $A = -1,41 \cdot 10^{-21} \text{ m}^{-7,04};$ B = 1992,5  m

# Оптимальные параметры бинарной модели

Анализируя соотношения полученных параметров модели, допускаем, что перемещение первого блока происходит за счет его вращения вокруг найденного условного центра. Положение условного центра вращения второго блока с координатой  $Y_{\rm u2} = 2900,3$  м нереальное, поскольку существенно удалено от его северной границы во внешнюю сторону. Для достоверной интерпретации перемещений блока данная координата смещена к югу на интервал  $\ell_2 = 1000$  м до реального центра, размещенного на площади блока. При этом по соотношениям  $\ell_2 = U_{\rm c2}/|\Delta \varphi_2|$  [12] определены соответствующие параметры поступательного сдвижения блока  $U_{\rm c2}$ =40 мм,  $\alpha_2$ = -180°, оказывающие преимущественное влияние на его перемещение.

С использованием найденных параметров бинарной модели рассчитано геопространственное распределение площадной деформации, контуры которой показаны на рис. 4. Деформация образуется вдоль зоны межблочного контакта, серединная линия которого обозначена красным пунктиром. На юге этой зоны возникает площадное сжатие, а на северо-западе – небольшое растяжение.

Площадная деформация на разных участках межблочной контактной зоны меняется по составу и направлению в связи с кривизной ее серединной линии и соответственно изменяющимися соотношениями линейных и угловых компонент. Распределение этих компонент деформации по земной поверхности показано на рис. 5.

На южном участке направление контактной зоны ориентировано под большим углом  $\gamma$  (почти на север). Поэтому площадная деформация состоит в основном из проявляющихся здесь компонент линейного  $\varepsilon_x$  и углового  $\varepsilon_{yx}$  сжатия. На северо-западном участке ориентация контактной зоны становится пологой с малым углом  $\gamma$ . Площадное деформирование на участке объясняется малым линейным  $\varepsilon_y$  и относительно большим угловым  $\varepsilon_{xy}$  растяжением.

Следует отметить, что при смене выбранных направлений координатных осей *x*, *y* изменяются номера блоков горных пород, координаты центров их вращения, параметры аналитического выражения серединной линии межблочного контакта, а также знаки и обозначения компонент деформаций. При этом геопространственная ориентация, конфигурация и положение на земной поверхности зон обнаруженной суммарной площадной деформации повторяется в пределах погрешности модели, т. е. воспроизводится и сохраняется.



Рис. 5. Распределение на земной поверхности ее линейной  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и угловой  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{yx}$  деформации

## Заключение

В итоге проведенных исследований отметим, что представленная методология модельной деформационной интерпретации разнонаправленных трендовых перемещений маркеров, расположенных на земной поверхности двух сопряженных блоков горных пород и зарегистрированных системой мониторинговых GPS наблюдений, обеспечивает геоинформационное обнаружение мест расположения и контуров зон площадной деформации. В ее представлении в виде суммы связанных линейных и угловых деформаций учитывается разнонаправленная трансформация форм земной поверхности, происходящая в зоне межблочного контакта.

Площадная деформация обнаруживается в геоинформационном модельном отображении вдоль зоны межблочного контакта, что соответствует общепринятым представлениям о пространственном распределении напряженно-деформированного состояния блочного горного массива. Поэтому результаты геоинформационного отображения деформации могут использоваться в прогнозных оценках и критериях, определяющих возможность безопасного ведения горных работ в обозначенной зоне и содержания в ней техногенных объектов.

## Список литературы

1. Балек Е.А., 2018. Учет мозаичности напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород при решении практических задач недропользования. Проблемы недропользования, № 3, С. 140 – 150. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.03.140

2. Сашурин А.Д., 2015. Формирование напряженно-деформированного состояния иерархически блочного массива горных пород. Проблемы недропользования, № 1, C. 38 – 44. DOI: 10.18454/2313-1586.2015.4.890.

3. Cheskidov V.V., Lipina A.V., Melnichenko I.A., 2018. Integrated monitoring of engineering structures in mining. *Eurasian Mining*, No. 2, P. 18–21.

4. Татевян С.К., Кузин С.П., Ораевская С.П., 2004. Использование спутниковых позиционных систем для геодинамических исследований. *Геодезия и картография*, № 6, С. 33 – 44.

5. Середович В.А., Панкрушин В.К., Кузнецов Ю.И., Мазуров Б.Т., Ловягин В.Ф., 2004. Идентификация движений и напряженно-деформированного состояния самоорганизующихся геодинамических систем по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям. Новосибирск: СГГА, 356 с.

6. Иванченко Г.Н., Горбунова Э.М., 2015. Использование данных дистанционного зондирования участков земной коры для анализа геодинамической обстановки. Москва: ГЕОС, 112 с.

7. Цветков В.Я., Павлов А.И., Потапов А.С., 2006. *Геомониторинг деформаций*. Москва: Госинформобр, 88 с.

8. Мазуров Б.Т., 2019. *Математическое моделирование при исследовании геоди*намики. Новосибирск: Сибпринт, С. 59, 282, 291.

9. Мазуров Б.Т., Дорогова И.Е., 2014. Геодинамика и геодезические методы ее изучения. Новосибирск: СГГА, С. 154 – 156.

10. Панжин А.А., Мазуров Б.Т., Силаева А.А., 2015. Визуализация характеристик деформационных полей по данным геодезических наблюдений. Проблемы недропользования, № 3, С. 13 – 18. DOI: 10.18454/2313-1586.2015.03.013.

11. Середович В.А., Панкрушин В.К., Мазуров Б.Т., 2004. Идентификация напряженно-деформированного состояния и поворотных движений геодинамических систем по наземным и спутниковым наблюдениям: Сб. материалов VIII междунар. научн-практ. конф. Geoinfocad. Франция. Ницца-Новосибирск: СГГА, С.11 – 14.

12. Антонов В.А., 2020. Модели горизонтального перемещения и деформации блоков земной поверхности. Проблемы недропользования, № 1, С. 104 – 112. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.01.104

13. Антонов В.А., 2018. Извлечение математико-статистических закономерностей в экспериментальных исследованиях горно-технологических процессов. *Проблемы недропользования*, № 4, С. 61 – 70. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.04.061

14. Власов А.В., 2006. Основы теории напряженного и деформированного состояния. Москва: МГТУ, С. 58.

15. Сашурин А.Д., 1999. Сдвижение горных пород на рудниках черной металлургии. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 94 с.

# References

1. Balek E.A., 2018. Uchet mozaichnosti napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya massivov skal'nykh gornykh porod pri reshenii prakticheskikh zadach nedropol'zovaniya [Considering the mosaicity of the stress-strain state of rock massifs in solving practical problems of subsoil use]. Problemy nedropol'zovaniya,  $N_{2}$  3, P. 140 – 150. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.03.140

2. Sashurin A.D., 2015. Formirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya ierarkhicheski blochnogo massiva gornykh porod [Formation of the stress-strain state of a hierarchically blocky rock mass]. Problemy nedropol'zovaniya, № 1, P. 38 - 44. DOI: 10.18454/2313-1586.2015.4.890.

3. Cheskidov V.V., Lipina A.V., Melnichenko I.A., 2018. Integrated monitoring of engineering structures in mining. *Eurasian Mining*, No. 2, P. 18–21.

4. Tatevian S.K., Kuzin S.P., Oraevskaya S.P., 2004. *Ispol'zovanie sputnikovykh pozitsionnykh sistem dlya geodinamicheskikh issledovanii* [Use of satellite positioning systems for geodynamic research]. Geodeziya i kartografiya,  $N_{2}$  6, P. 33 – 44.

5. Seredovich V.A., Pankrushin V.K., Kuznetsov Yu.I., Mazurov B.T., Lovyagin V.F., 2004. *Identifikatsiya dvizhenii i napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya samoorgani-zuyushchikhsya geodinamicheskikh sistem po kompleksnym geodezicheskim i geofizicheskim nablyudeniyam* [Identification of movements and stress-strain state of self-organizing geodynamic systems using complex geodetic and geophysical observations]. Novosibirsk: SGGA, 356 p.

6. Ivanchenko G.N., Gorbunova E.M., 2015. *Ispol'zovanie dannykh distantsionnogo zondirovaniya uchastkov zemnoi kory dlya analiza geodinamicheskoi obstanovki* [Use of remote sensing data of the earth's crust areas for the analysis of the geodynamic situation]. Moscow: GEOS, 112 p.

7. Tsvetkov V.Ya., Pavlov A.I., Potapov A.S., 2006. *Geomonitoring deformatsii* [Geomonitoring of deformatons]. Moscow: Gosinformobr, 88 p.

8. Mazurov B.T., 2019. *Matematicheskoe modelirovanie pri issledovanii geodinamiki* [Mathematical modeling in the study of geodynamics]. Novosibirsk: Sibprint, P. 59, 282, 291.

9. Mazurov B.T., Dorogova I.E., 2014. *Geodinamika i geodezicheskie metody ee izucheniya* [Geodynamics and geodetic methods of its study]. Novosibirsk: SGGA, P. 154 – 156.

10. Panzhin A.A., Mazurov B.T., Silaeva A.A., 2015. *Vizualizatsiya kharakteristik deformatsionnykh polei po dannym geodezicheskikh nablyudenii* [Visualization of the characteristics of deformation fields according to geodetic observations]. Problemy nedropol'zovaniya,  $N_{2}$  3, P. 13 – 18. DOI: 10.18454/2313-1586.2015.03.013.

11. Seredovich V.A., Pankrushin V.K., Mazurov B.T., 2004. *Identifikatsiya napry-azhenno-deformirovannogo sostoyaniya i povorotnykh dvizhenii geodinamicheskikh sistem po nazemnym i sputnikovym nablyudeniyam* [Identification of the stress-strain state and rotary movements of geodynamic systems based on ground and satellite observations]: *Sb. materia-lov VIII mezhdunar. nauchn-prakt. konf. Geoinfocad.* France, Nice-Novosibirsk: SGGA, P.11 – 14.

12. Antonov V.A., 2020. Modeli gorizontal'nogo peremeshcheniya i deformatsii blokov zemnoi poverkhnosti [Models of horizontal displacement and deformation of blocks of the earth's surface]. Problemy nedropol'zovaniya,  $N_{\rm P}$  1, P. 104 – 112. DOI: 10.25635 /2313-1586.2020.01.104

13. Antonov V.A., 2018. Izvlechenie matematiko-statisticheskikh zakonomernostei v eksperimental'nykh issledovaniyakh gorno-tekhnologicheskikh protsessov [Derivation of mathematical and statistical patterns in experimental studies of mining and technological processes]. Problemy nedropol'zovaniya,  $N_{2}$  4, P. 61 – 70. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.04.061

14. Vlasov A.V., 2006. Osnovy teorii napryazhennogo i deformirovannogo sostoyaniya [Fundamentals of the theory of stress and strain state]. Moscow: MGTU, P. 58.

15. Sashurin A.D., 1999. *Sdvizhenie gornykh porod na rudnikakh chernoi metallurgii* [Fundamentals of the theory of stress and strain state]. Ekaterinburg: IGD UrO RAN, 94 p.