

УДК 622.831.1:539.3

Гладырь Андрей Владимирович
старший научный сотрудник
Института горного дела ДВО РАН,
680000, г. Хабаровск, ул. Тургенева, 51
e-mail: rush3112@mail.ru

Сидляр Александр Владимирович
научный сотрудник
Института горного дела ДВО РАН
e-mail: rush3112@mail.ru

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫДЕЛЕНИЯ ОПАСНЫХ УЧАСТКОВ ГОРНОГО МАССИВА

Аннотация:

Одним из подходов к прогнозу динамических проявлений горного давления является метод контроля сейсмоакустически активных зон, который заключается в идентификации и анализе динамики формирования акустически активных зон и в прогнозировании удароопасности на основе устанавливаемых закономерностей изменения геоакустической активности массива. Ключевым моментом данного метода контроля является выделение зоны, в пределах которой формируется потенциально опасный очаг разрушения горных пород. В данной работе предлагается автоматизированный способ идентификации очаговых зон, основанный на предварительном исключении фонового излучения методом непараметрической оценки плотности, выделении сейсмоакустически активных зон методами вероятностного кластерного анализа и параметризации очаговых зон подбором характеристического эллипсоида. Решение вышеприведенных задач в рамках разработки системы комплексного геомеханического мониторинга путем модернизации и последующем встраивании в сопутствующее программное обеспечение рассмотренного метода контроля сейсмоакустически активных зон позволит полностью автоматизировать процесс прогнозирования опасного состояния контролируемого горного массива, повысив качество прогноза, значительно снизив при этом время, затрачиваемое на получение конечного результата.

Ключевые слова: деформирование горных пород, геомеханический мониторинг, акустическое проявление, микросейсмическое событие, трещиноватая среда, фильтрация данных, кластерный анализ, форма очага

DOI: 10.25635/2313-1586.2019.02.035

Gladyr Andrey V.
Senior Researcher,
Institute of Mining, FEB RAS,
Khabarovsk, 51 Turgenev Str.,
email: rush3112@mail.ru

Sidlyar Alexander V.
Researcher,
Institute of Mining, FEB RAS
email: rush3112@mail.ru

ALGORITHMIC PROVISION OF HAZARDOUS AREAS OF ROCK MASS

Abstract:

One of the approaches to forecasting the dynamic manifestations of rock pressure is the method for monitoring the seismoacoustic active zones, which consists in identifying and analyzing the dynamics of formation of acoustically active zones and in forecasting the impact hazard on the basis of established patterns for changing the geoacoustic activity of the rock mass. The key point of this control method is the identification of a zone within which a potentially hazardous source of rock destruction is formed. This paper proposes the automated method for identifying the focal zones based on preliminary exclusion of background radiation by method of non-parametric density estimation, allocation of seismoacoustic active zones by means of probabilistic cluster analysis and parameterization of focal zones by selection of characteristic ellipsoid. The solution of the above tasks within the framework of the development of the system of comprehensive geomechanical monitoring by modernization and subsequent integration of the considered method of control of seismoacoustically active zones into the accompanying software will allow to fully automate the process of forecasting the hazardous state of the controlled rock mass, increasing the quality of the forecast and significantly reducing the time taken to obtain the final result.

Key words: rock mass deformation, geomechanical monitoring, acoustic manifestation, microseismic event, fractured reservoir, data filtering, cluster analysis, focus form

Введение

По результатам анализа существующих подходов в прогнозе динамических проявлений горного давления установлено, что в основе большинства методов лежит кинетическая концепция разрушения твердых тел. Многими учеными, придерживающимися данной концепции, установлено, что в процессе разрушения горных пород выделяются

несколько характерных стадий, в которых процесс разрушения начинается с формирования микротрещин размерами в миллиметры до трещин в сантиметры и единицы метров, а заканчиваться может разрывами от десятков до тысяч метров, что характерно при горно-тектонических ударах, техногенных землетрясениях и т.д. [1 – 4].

К настоящему времени разработан ряд методических подходов к прогнозу динамических проявлений горного давления, использующих различные прогнозные критерии [1, 5, 6].

Коллективом авторов Института горного дела ДВО РАН разработан метод геомеханического контроля состояния горного массива – метод контроля сейсмоакустических активных зон. Данный метод заключается в идентификации и анализе динамики формирования акустически активных зон и в прогнозировании удароопасности на основе устанавливаемых закономерностей изменения геоакустической активности массива. Таким образом, ключевым моментом рассматриваемого метода контроля сейсмоакустически активных зон является выделение контролируемой зоны, которая может квалифицироваться как очаговая зона, в пределах которой формируется потенциально опасный очаг разрушения горных пород.

Методика автоматического выделения и параметризации формирующихся очаговых зон

Практика использования методов кластерного анализа данных сейсмоакустического мониторинга показывает, что на конечный результат кластеризации значительное влияние оказывает качество исходных данных, в которых обязательно присутствует некоторое количество ошибочных данных. Рекомендуются перед началом кластеризации провести выбор подмножества данных, находящихся в областях с высокой плотностью точек. Для этого предлагается оценить плотность распределения в каждой из точек с использованием непараметрической оценки плотности.

При этом на ранних этапах рассматривались непараметрические оценки плотности распределения числовых случайных величин и конечномерных случайных векторов. В 1980-х годах удалось сконструировать такие оценки в пространствах произвольной природы [7], а затем и для конкретных видов нечисловых данных [8].

Упрощая, зарегистрированное событие с координатами (x_i, y_i, z_i) будем считать относящимся к региону с высокой плотностью, если число точек, расположенных внутри гиперсферы с центром в точке с координатами (x_i, y_i, z_i) и радиусом h больше порогового значения c .

По завершении расчетов, связанных с вычислением оценки плотности распределения для каждого зарегистрированного события, необходимо задать пороговое значение c и провести фильтрацию сейсмоакустических событий, относящихся к фоновому излучению.

Для автоматического выбора значения c предлагается следующая методика:

1. По исходному набору входных данных рассчитывается значение плотностей распределения.

2. Рассчитывается медиана полученного распределения.

3. Полученное распределение аппроксимируется заданной функцией. Практика применения данного метода показала возможность использования в качестве аппроксимирующей функции полинома восьмой и выше степеней. Однако наилучшие результаты достигались с помощью применения в качестве аппроксимирующей функции вида $f(x) = a_1 \sin(b_1 x + c_1) + \dots + a_i \sin(b_i x + c_i)$ с количеством слагаемых от шести и выше.

4. Определяются значения точек максимума m_1 и m_2 аппроксимирующей функции, находящиеся справа и слева от медианы.

5. Определяется значение аргумента, соответствующего минимуму аппроксимирующей функции на интервале $[m_1, m_2]$. Найденное значение аргумента будет искомым значением c .

Описанная методика иллюстрируется на рис. 1, где точками указаны значения плотностей распределения, а непрерывной линией показана аппроксимирующая функция.

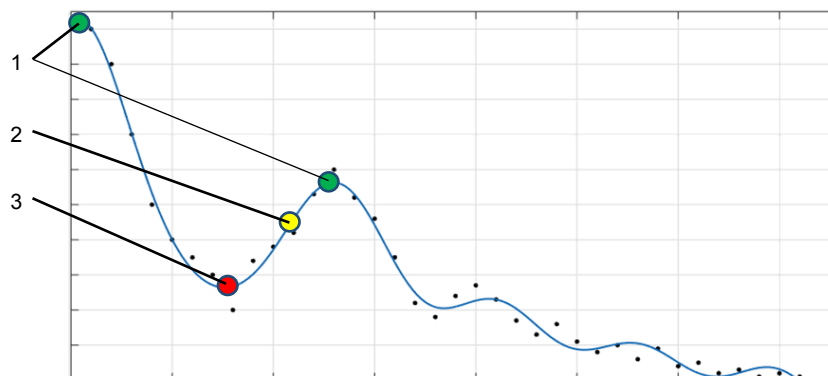


Рис. 1 – Иллюстрация метода автоматического выбора порогового значения плотности:
1 – точки максимума аппроксимирующей функции в окрестности медианы;
2 – медиана плотности распределения; 3 – искомое пороговое значение

Основной задачей при проведении качественных расчетов весовой функции является выбор параметра h . Существуют несколько общих подходов к выбору данного параметра: референтные эвристические правила, методы подстановки, методы кросс-валидации, бутстраповские методы.

Наиболее подходящим из них является метод кросс-валидации на основе наименьших квадратов – полностью автоматический и диктуемый данными метод выбора параметра h , который основан на принципе выбора параметра h , минимизирующей интегральную среднеквадратическую ошибку получающейся оценки [9 – 10].

Таким образом, разработанная методика идентификации фонового сейсмоакустического излучения позволяет, с одной стороны, решить задачу фильтрации данных для последующего выделения сейсмоакустически активных зон, а с другой – выделить зарегистрированные сейсмоакустические события, относящиеся к фоновому излучению, позволяя проводить оценку параметров фонового излучения на предмет их дальнейшего использования при прогнозировании динамических проявлений в горном массиве [11].

Кластерный анализ – совокупность математических методов, предназначенных для формирования относительно «отдаленных» друг от друга групп «близких» между собой объектов по информации о расстояниях или связях (мерах близости) между ними [12 – 14].

Ретроспективный анализ рассмотренных методов кластеризации позволяет сделать вывод, что для решения задачи идентификации очаговых зон по результатам сейсмоакустического мониторинга наиболее целесообразным, на первый взгляд, кажется использование методов графовой или иерархической кластеризации [15]. Данное утверждение строится на представлениях о физических процессах, происходящих в процессе нагружения и последующей деформации горного массива, например, того, что процесс разрушения носит фрактальный характер.

Однако данные методы решения задачи кластеризации относятся к детерминированным математическим моделям, поскольку данные подходы подразумевают, что в процессе кластеризации исходное множество объектов X разбивается на несколько непересекающихся подмножеств. Иными словами, данные методы являются методами «четкой» кластеризации.

С другой стороны, «нечеткие» методы кластеризации позволяют одному и тому же объекту принадлежать одновременно нескольким (или даже всем) кластерам, но с

различной степенью вероятности. Такая вероятностная кластеризация во многих ситуациях более «естественна», чем четкая, поскольку учитывает случайные процессы, свойственные реальным объектам живой природы, и их стохастический характер.

Методы кластеризации классифицируются по тому, определено ли количество кластеров заранее или нет. В последнем случае количество кластеров определяется в ходе выполнения алгоритма на основе распределения исходных данных. Для решения задачи выделения очаговых зон применяется алгоритм c -средних, разбивающий данные на известное число кластеров, описываемых матрицей нечеткого разбиения. Единственным отличием матриц разбиения для нечеткого и четкого случаев является то, что при нечетком разбиении степень принадлежности объекта к кластеру принимает значения из интервала $[0, 1]$, а при четком – из двухэлементного множества $\{0, 1\}$. Нечеткое разбиение позволяет просто решить проблему объектов, расположенных на границе двух кластеров – им назначают степени принадлежности, равные 0,5.

Для оценки качества нечеткого разбиения используется критерий разброса [16]. Нахождение матрицы нечеткого разбиения с минимальным значением критерия представляет собой задачу нелинейной оптимизации, которая может быть решена разными методами. Наиболее известный и часто применяемый метод решения этой задачи – алгоритм нечетких c -средних, в основу которого положен метод неопределенных множителей Лагранжа [16].

В базовом алгоритме нечетких c -средних расстояние между объектом и центром кластера рассчитывается через стандартную Евклидову норму, позволяющую выделять кластеры в виде гиперсфер. Диагональная норма позволяет выделять кластеры в виде гиперэллипсоидов, ориентированных вдоль координатных осей. Норма Махаланобиса позволяет выделять кластеры в виде гиперэллипсоидов, оси которых могут быть ориентированы в произвольных направлениях.

Для некоторых наборов данных приведенный алгоритм кластеризации позволяет выделить скопления данных в виде различных геометрических фигур: сфер, эллипсоидов разной ориентации, цепочек и т.п. В результате алгоритмов кластеризации с фиксированной нормой форма всех кластеров получается одинаковой. Алгоритмы кластеризации как бы навязывают данным неприсущую им структуру, что приводит не только к неоптимальным, но иногда и к принципиально неправильным результатам. Для устранения этого недостатка предложено несколько методов, среди которых выделим алгоритм Густавсона-Кесселя [17].

Алгоритм Густавсона-Кесселя использует адаптивную норму для каждого кластера, т.е. для каждого i -го кластера существует своя нормпорождающая матрица V_i . В этом алгоритме при кластеризации оптимизируются не только координаты центров кластеров и матрица нечеткого разбиения, но также и нормпорождающие матрицы для всех кластеров. Это позволяет выделять кластеры различной геометрической формы.

В приведенном алгоритме самым важным параметром является количество кластеров (c). Правильно выбрать количество кластеров для реальных задач без какой-либо априорной информации о структурах в данных достаточно сложно. Существует два формальных подхода к выбору числа кластеров.

Первый подход основан на критерии компактности и делимости полученных кластеров. Логично предположить, что при правильном выборе количества кластеров данные будут разбиты на компактные и хорошо отделимые друг от друга группы. В противном случае кластеры, вероятно, не будут компактными и хорошо отделимыми. Существует несколько критериев оценки компактности кластеров, однако вопрос о том, как формально и достоверно определить правильность выбора количества кластеров для произвольного набора данных, все еще остается открытым. Для алгоритма нечетких c -средних [18] рекомендуется использовать индекс Хие-Бени [19].

Второй подход предлагает начинать кластеризацию при достаточно большом числе кластеров, а затем последовательно объединять схожие смежные кластеры. При этом используются различные формальные критерии их схожести.

Однако наиболее точным методом определения количества кластеров можно считать метод субтрактивной кластеризации, одним из преимуществ которого является отсутствие необходимости задания исходного количества кластеров. Метод предложен Р. Ягером и Д. Филевым в 1993 г. [20].

На основе вышеописанных алгоритмов предлагается следующий комплексный алгоритм формирования очаговых зон по результатам сейсмоакустического мониторинга:

1. Среди всего множества зарегистрированных сейсмоакустических событий выделяются регионы с высокой сейсмоакустической активностью при использовании непараметрической оценки плотности.

2. Определяется количество кластеров с помощью алгоритма субтрактивной кластеризации.

3. Производится процесс многократного повторения кластеризации по алгоритму Густавсона-Кесселя для получения устойчивого результата разбиения исходного множества объектов на оптимальное число кластеров путем оценки вероятности распределения. После завершения процесса для каждого наблюдения вычисляется наибольшая вероятность принадлежности события к каждому кластеру.

Разработанный алгоритм позволяет производить оценку качества кластеризации. На третьем шаге алгоритма, как уже описывалось выше, происходит непосредственно процесс распределения объектов на кластеры. Данный процесс выполняется следующим образом: процедура разбиения на кластеры выполняется большое количество раз, в процессе для каждого события запоминается вероятность принадлежности к заданному кластеру, к которому оно отнеслось. После завершения итераций для каждого события выбирается наибольшая вероятность (в частотном отношении) принадлежности к каждому из кластеров. Таким образом, в результате получается не только разделение событий на вероятность отнесения к тому или иному кластеру, но и характеристика кластеризации – достоверность отнесения каждого объекта (наблюдения) к каждому из кластеров.

Локация сейсмоакустических сигналов позволяет очертить область дефектов трещинообразования, выявить направления распространения трещин в пространстве. С некоторым допущением можно считать, что в пространстве данная область будет иметь форму некоторого эллипсоида с его главными диагоналями, которые характеризуют соотношение длины, ширины и толщины разрушенного слоя и ориентацию этого слоя в пространстве. Построение эллипсоида производим на основе статистического распределения центров трещин по данным локации. В качестве исходных данных принимаем таблицу координат зарегистрированных событий.

Произведем выделение направлений, в которых распределение координат будет максимальным. В этом случае проекция точек локации событий на нормаль направления будет иметь максимальную дисперсию. Такая нормаль будет характеризовать направление длины очага. В ортогональной нормали плоскости аналогичным образом определим толщину очага как направление с минимальной дисперсией в плоскости. Тогда в оставшемся третьем ортогональном двум предыдущим направлениям дисперсию разброса точек будем считать характеристикой ширины очага.

Предлагается следующая методика построения данного эллипсоида. В качестве входных данных рассматривается выделенный кластер из набора зарегистрированных сейсмоакустических событий. Для дальнейшего анализа начало координат переносится в центр очага. Среднеквадратичные отклонения координат событий от центра имеют различное значение для различных направлений. Для определения направления осей эллипсоида воспользуемся процедурой последовательных приближений. Выявляется макси-

мальное значение среднеквадратичного отклонения проекции координат на координатные оси. Ось с максимальным отклонением будет варьироваться. Все точки массива в новой системе координат поворачиваются последовательно вокруг двух других осей на некоторый малый угол α в положительном и отрицательном направлениях.

При варьировании значением угла α определяется такое направление оси, для которого среднеквадратичные отклонения координат событий будут максимальными. Если это значение соответствует удачной вариации (повороту), то оно принимается как следующее значение центральной точки, от которой осуществляются следующие вариации. Одновременно с этим на каждом шаге с помощью этих же операторов поворота определяется новое значение матрицы преобразования системы координат.

Если максимум приходится на центральную точку, то считаем цель достигнутой с точностью до угла α . Для определения более точного решения угол α уменьшается, и приведенную процедуру повторяют до тех пор, пока не будет достигнута нужная точность. В практических расчетах в качестве удовлетворительной точности принято значение $\alpha = 10^{-3}$ рад.

Следующий шаг – определение второго главного направления распределения координат сейсмоакустических событий. Сначала выделяется ближайшая координатная ось, на которой проекции координат имеют минимальный разброс. Затем вычисляется оператор поворота вокруг ранее наклоняемой оси до достижения условия минимального значения среднеквадратичного разброса по выбранной оси координат. Процедура поиска аналогична описанной, отличающейся тем, что теперь возле центральной точки определяются только две вариации с помощью оператора поворота. Процедура выполняется до достижения требуемой точности угла. Обратная матрица преобразования системы координат будет состоять из трех столбцов, являющихся единичными векторами трех главных ортогональных направлений эллипсоида, соответствующих главным среднеквадратичным отклонениям в исходной системе координат.

Главные оси эллипсоида – это векторы, длины которых пропорциональны среднеквадратическому отклонению. При классическом распределении Гаусса считается, что не более 0,27 % значений выходят за пределы 3σ , (σ – среднеквадратичное отклонение), однако в случае с реальными данными указанные значения могут значительно отличаться. Объем области разрушения оценивается как объем эллипсоида с размерами $z\sigma$, где z – параметр, учитывающий плотность распределения трещин в выделяемой области.

Для проверки качества разработанного метода идентификации очаговых зон были проанализированы данные сейсмоакустического мониторинга автоматизированной системы контроля горного давления «Prognoz ADS» на месторождении «Антей» за 2017 г., в течение которого был зарегистрирован весь спектр разномасштабных сейсмоакустических событий [21].

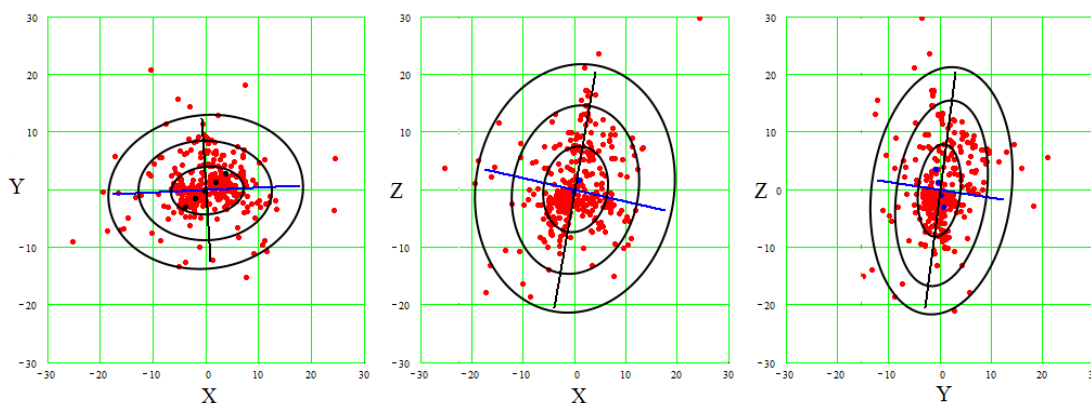


Рис. 2 – Результат работы алгоритма выделения очаговой зоны по данным сейсмоакустического мониторинга в проекции на ортогональные плоскости

Всего за 2017 г. было лоцировано 12477 сейсмоакустических событий. По результатам фильтрации фонового излучения к фоновому излучению было отнесено 40,5 % событий. По оставшимся событиям в результате кластерного анализа было выделено 3 кластера. К наиболее крупному кластеру было отнесено 3662 события. Результаты формирования характеристического эллипсоида, описывающего выделенную очаговую область представлены на рис. 2 (центр системы координат приведен к центру выделенной очаговой зоны).

Таким образом, использование характеристического эллипсоида позволило более чем в 100 раз сократить количество параметров, описывающих выделенную очаговую зону, предоставляя при этом возможность контролировать изменение объема и формы очаговой зоны как в статическом представлении, так и в динамике.

Следует также отметить, что предлагаемый метод идентификации очаговых зон является полностью настраиваемым и при переходе к постоянному практическому использованию на промышленных объектах требует проведения обязательных пусконаладочных работ для корректировки параметров.

Заключение

По результатам анализа существующих подходов прогноза динамических проявлений горного давления установлено, что в основе большинства методов лежит кинетическая концепция разрушения твердых тел. Многими учеными, придерживающимися данной концепции, установлено, что в процессе разрушения горных пород выделяются несколько характерных стадий, в которых процесс разрушения начинается с формирования микротрещин размерами в миллиметры до трещин в сантиметры и единицы метров, а оканчиваться может разрывами от десятков до тысяч метров, что характерно при горно-тектонических ударах, техногенных землетрясениях и т. д.

Ключевым моментом метода контроля сейсмоакустических активных зон как одного из методов контроля за геомеханическим состоянием горного массива является выделение зоны, которая может квалифицироваться как очаговая, в пределах которой формируется потенциально опасный очаг разрушения горных пород.

Разработка математических методов, способных статистически обоснованно проводить идентификацию сейсмоакустических активных зон по результатам геомеханического мониторинга, а также разработка методики формирования характеристического эллипсоида, способного с заданной достоверностью описывать геометрические свойства идентифицированных очаговых зон и последующее встраивание в сопутствующее программное обеспечение рассмотренного метода контроля сейсмоакустических активных зон позволит полностью автоматизировать процесс прогнозирования опасного состояния контролируемого горного массива, повысив качество прогноза, значительно снизив при этом время, затрачиваемое на получение конечного результата.

Литература

1. Особенности регистрации и обработки данных геоакустического контроля массива горных пород на действующем руднике / И.Ю. Рассказов, А.Ю. Искра, Г.А. Калинов, П.А. Аникин, А.В. Гладырь, М.И. Рассказов, А.В. Сидляр // Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2011. - № 8. - С. 212 - 218.
2. Marcak Henryk, Mutke Grzegorz. Seismic activation of tectonic stresses by mining // J. Seismol. – 2013. – Vol. 17. – № 4. – P. 1139 - 1148.
3. Paige E. Snelling, Laurent Godin, Stephen D. McKinnon. The role of geologic structure and stress in triggering remote seismicity in Creighton Mine, Sudbury, Canada // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – Vol. 58. – February. - 2013. – P. 166 - 179.
4. Ma T. H., Tang C. A., Tang L. X., Zhang W. D., Wang L. Rockburst characteristics

and microseismic monitoring of deep-buried tunnels for Jinping II Hydropower Station // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – China. – 2015. – Vol. 49. – P. 345 - 368.

5. Мирошников В.И. Определение поглощения энергии динамических явлений с использованием системы акустического мониторинга / В.И. Мирошников, А.В. Гладырь // *Проблемы комплексного освоения георесурсов: Материалы V Всероссийской научной конференции с участием иностранных ученых, посвященной 30-летию Института горного дела ДВО РАН и 100-летию со дня рождения чл. корр. РАН Е.И. Богданова*. - 2013. - С. 84 - 90.

6. Использование данных сейсмоакустических наблюдений для определения характера развития очага разрушения породного массива / И.Ю. Рассказов, С.В. Цирель, А.О. Розанов, А.А. Терешкин, А.В. Гладырь // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. - 2017. - № 2. - С. 29 -37.

7. Орлов А.И. Непараметрические оценки плотности в топологических пространствах / А.И. Орлов // *Прикладная статистика. Ученые записки по статистике*, т.45. - М.: Наука, 1983. - С. 12 - 40.

8. Орлов А.И. Ядерные оценки плотности в пространствах произвольной природы / А.И. Орлов // *Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов*. - Пермь: Пермский госуниверситет, 1996. - С. 68 - 75.

9. Bowman, A.W. An alternative method of cross-validation for the smoothing of density estimates. *Biometrika* 71. — 1984. — С. 353 – 360.

10. Rudemo, M. Empirical choice of histograms and kernel density estimators. *Scandinavian Journal of Statistics* 9. — 1982. — С. 65–78.

11. Гладырь А.В. Разработка методики идентификации фонового сейсмоакустического излучения на основе метода непараметрической оценки плотности / А.В. Гладырь // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. - 2016. - № S21. - С. 51 - 60.

12. Енюков И.С. Методы, алгоритмы, программы многомерного статистического анализа: пакет ППСА / И.С. Енюков. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 232 с.

13. Жамбю М. Иерархический кластер-анализ и соответствия: пер. с фр. / М. Жамбю. - М.: Финансы и статистика, 1988. – 342 с.

14. Патрик Э. Основы теории распознавания образов: пер. с англ. / Э. Патрик; под ред. Б.Р. Левина. – М.: Сов. Радио, 1980. - 408 с.

15. Бериков В.С. Современные тенденции в кластерном анализе / В.С. Бериков, Г.С. Лбов // *Всероссийский конкурсный отбор обзорно-аналитических статей по приоритетному направлению «Информационно-телекоммуникационные системы»*, 2008. — 26 с.

16. Bezdek J.C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function*. New York: Plenum Press. - 1981.

17. Gustafson D.E., Kessel W.C. Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix. *Proc. of IEEE CDC, San-Diego, USA*. - P.761 – 766 (1978).

18. Babuska R. *Fuzzy Modeling for Control*. Boston: Kluwer Academic Publishers. - 1998.

19. Xei X.L., Beni G.A. Validity Measure for Fuzzy Clustering // *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intell.* 3 (8). - 1991. - P. 841 - 846.

20. Yager R., Filev D. *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*. USA: John Wiley & Sons. - 1984. – 387 p.

21. Геомеханические условия и особенности динамических проявлений горного давления на месторождении Антей / И.Ю. Рассказов, Б.Г. Саксин, В.А. Петров, Б.А. Просекин // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. – 2012. – № 3. – С. 3 - 13.