

УДК 622.023.23: 539.4

Жабко Андрей Викторович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры маркшейдерского дела,
Уральский государственный
горный университет,
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
e-mail: zhabkoav@mail.ru

Волкоморова Наталья Викторовна

горный инженер-маркшейдер,
ведущий сотрудник ПАО «Роснефть»,
628183, ХМАО – Югра, г. Нягань,
Сибирская ул. 10-1
e-mail: nvolkomorova1985@mail.ru

**О МЕХАНИЗМЕ И СТЕПЕНИ ВЛИЯНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОГО ГЛАВНОГО
НАПРЯЖЕНИЯ НА ПРОЧНОСТЬ
ГОРНЫХ ПОРОД***Аннотация:*

Рассматривается одна из старейших и первичных задач геомеханики и механики горных пород – установление механизма влияния промежуточного главного напряжения на прочность горной породы при сдвиге в объемном неравнокомпонентном напряженном состоянии. На сегодняшний день имеется лишь приблизительная оценка данного влияния (0 – 15 %), однако механизм этого влияния неизвестен. Вместе с тем понимание физики процесса повышения прочности в зажатой среде (промежуточным главным напряжением) позволит более корректно рассчитывать устойчивость зажатых откосов или откосов бортов карьеров в тектонически напряженных массивах, прогнозировать параметры процесса сдвижения и т.д. В подавляющем большинстве случаев, при обосновании предельных параметров элементов систем подземной разработки, действие промежуточного главного напряжения также не рассматривается, что тоже связано с отсутствием математических моделей его учета. Перечисленное определяет актуальность темы исследований и необходимость их проведения как практики. Целью работы является установление физических основ и количественных оценок влияния промежуточного главного напряжения на сдвиговую прочность горных пород. В работе, посредством обобщенного закона Гука, результатов ранее выполненных исследований, а также экспериментальных данных, предложены аналитические зависимости, определяющие степень упрочнения горных пород от действия промежуточного главного напряжения. Обосновано предельное максимальное значение повышения прочности от действия промежуточного напряжения. Приведенные результаты являются преимущественно теоретическими, хотя и показывают в первом приближении корректные результаты. В этой связи они подлежат дальнейшей корректировке и уточнению при сопоставлении с экспериментальными данными.

Ключевые слова: главные напряжения, промежуточное главное напряжение, прочность, обобщенный закон Гука, нормальные и касательные напряжения, пластическое деформирование, дилатансия.

DOI: 10.25635/2313-1586.2019.02.088

Zhabko Andrey V.

Candidate of Engineering Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Surveying, Ural State Mining University,
620144, Ekaterinburg, 30 Kuibysheva Str.
e-mail: zhabkoav@mail.ru

Volkomorova Natalia V.

Mining Engineer and Surveyor,
Leading Employee of PJSC Rosneft,
628183, KhMAO – Yugra, Nyagan,
10-1 Siberskaya Str.,
e-mail: nvolkomorova1985@mail.ru

**ON MECHANISM AND DEGREE
OF IMPACT OF THE INTERMEDIATE
MAIN STRESS ON THE STRENGTH
OF ROCKS***Abstract:*

The paper describes one of the oldest and primary tasks of geomechanics and rock mechanics – determining the mechanism of influence of the intermediate main stress on the rock strength at shear in the volume unequal-component stress state. To date, there is only an approximate estimate of this influence (0 – 15%), but the mechanism of this influence is unknown. At the same time, understanding of the physics of the process of increasing the strength in the nipped medium (intermediate main stress) will allow to calculate more correctly the stability of the nipped slopes or the slopes of open-pit mine sides in tectonically stressed rock masses, as well to predict the parameters of the shear process, etc. In the vast majority of cases, when justifying the limit parameters of elements of underground mining systems, the action of intermediate main stress is also not considered, which is also connected with lack of mathematical models of its accounting. The mentioned factors determine the relevance of the research topic and the necessity of their conduct as a practice. The aim of the work is to determine the physical bases and quantitative estimates of the influence of the intermediate main stress on the rock shear strength. By means of generalized Guk law and the results of previously performed studies as well as experimental data the paper proposes the analytical dependences determining the degree of rock strengthening from the action of the intermediate main stress. The paper has justified the maximum value of the strength increase from the action of the intermediate stress. The given results are mostly theoretical, although they show correct results in the first approximation. They are therefore subject to further adjustment and refinement in comparison with the experimental data.

Key words: main stresses, intermediate main stress, strength, generalized Guk law, normal and tangential stresses, plastic deformation, dilatancy

Постановка проблемы и актуальность

Вопрос о влиянии промежуточного главного напряжения на сдвиговую прочность горных пород стоит у истоков образования самой науки о прочности горных пород. Еще Кулон, предлагая свой известный критерий в 1773 г., постулировал независимость предела прочности на срез от промежуточного главного напряжения (оперировать двумя компонентами напряжений – в плоскости, значительно удобнее). В действительности уже достаточно давно, пожалуй, с момента проведения первых неравнокомпонентных испытаний, известно, что промежуточное главное напряжение несколько повышает прочность.

О влиянии промежуточного главного напряжения на сдвиговую прочность горной породы имеются разные мнения. Так, Г.Г. Литвинский [1] исключает влияние промежуточного напряжения в силу того, что оно параллельно плоскости среза. Авторы [2] отмечают, что его влияние находится в пределах точности измерений. Указывается [3], что отбрасывание из рассмотрения промежуточного напряжения приводит к ошибке, в крайних случаях не превышающей 15 %, чаще бывает значительно меньше.

Однако отсутствие понимания механизма влияния промежуточного напряжения тормозит развитие фундаментальных знаний о процессе пластического деформирования и разрушения твердых тел и горных пород. Фактически мы прагматично выбрасываем из рассмотрения явление, заведомо не зная о его роли в процессе дезинтеграции твердых тел. Быть может, именно оно является ключевым явлением при сдвиговой дезинтеграции материалов, однако в расчетных моделях мы его игнорируем. При расчете конструктивных элементов открытой и подземной разработок, процесса сдвижения горных пород промежуточное главное напряжение (как правило, тектонической природы) может играть весьма заметную роль. Наиболее ярко это можно проследить на примере устойчивости бортов карьеров. Боковой зажим призмы смещения значительно повышает устойчивость откосов (предельный угол зажатого откоса может быть больше незажатого на 20°) и может проявляться как под действием тектонической составляющей напряжений, так и вследствие геометрии борта карьера в плане. Более того, известны случаи, когда сжимающее боковое напряжение является максимальным по величине.

Предлагаемые решения

Согласно обобщенному закону Гука (прямая и обратная форма) можно записать следующую систему уравнений [4, 5]:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} [(1-\nu)\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_3]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ \sigma_3 &= \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} [\nu\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2 + (1-\nu)\varepsilon_3],\end{aligned}\tag{1}$$

где $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ – главные нормальные напряжения; $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ – главные линейные деформации; E, ν – соответственно, модуль упругости (Юнга) и коэффициент Пуассона.

Подставляем в системе (1) второе уравнение в первое и третье и решаем эти уравнения относительно максимального и минимального главных напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_3] + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2; \\ \sigma_3 &= \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_3 + \nu\varepsilon_1] + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2.\end{aligned}\quad (2)$$

Очевидно, что для плоского напряженного состояния последние слагаемые в формулах (2) будут отсутствовать, что подтверждается в работе [5]. Таким образом, будем считать, что пластическая деформация и разрушение представляют собой возникновение сдвиговых площадок в плоскости максимального и минимального напряжений, а промежуточное напряжение упруго изменяет данные компоненты (вторые слагаемые в выражениях (2)).

Классические зависимости, определяющие нормальную σ_n и касательную τ компоненты напряжений на площадке сдвига для плоского напряженного состояния, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_3 \sin^2 \psi; \\ \tau &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi,\end{aligned}\quad (3)$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению.

Таким образом, если формулы (3) переписать для случая трехосного напряженного состояния с учетом вторых слагаемых в зависимостях (2), получим:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \left(\sigma_1 + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 \right) \cos^2 \psi + \left(\sigma_3 + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 \right) \sin^2 \psi = \\ &= \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_3 \sin^2 \psi + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2; \\ \tau &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi.\end{aligned}\quad (4)$$

Исходя из зависимостей (4) можно утверждать, что механизм повышения пределов упругости и прочности горных пород от действия промежуточного главного напряжения заключается в увеличении нормального напряжения на площадке сдвига посредством упругого поперечного расширения. Как следует из зависимости (4), промежуточное напряжение может достаточно существенно повысить нормальную составляющую напряжений, а соответственно, и предел прочности на срез. Однако такой прирост прочности не подтверждается результатами лабораторных испытаний. Причиной, по-видимому, может быть явление дилатансии и применимость формул (3) только для упругого сплошного тела. То есть формулы (3) в пластической фазе деформирования, когда происходит дилатансия с микросдвигами и разуплотнением, не работают [6 – 8].

Итак, пока материал или горная порода деформируются в упругой фазе вследствие главных нормальных сжимающих напряжений, его напряжения и деформации связаны обобщенным законом Гука. В процессе пластического упрочнения и вплоть до предела прочности и еще дальше пластическая составляющая сдвиговой деформации связана с подвижками по поверхностям микросдвигов или макроразрушениями. Принципиальным отличием упругого и пластического деформирования вплоть до разделения образца на части (разрушения) является наличие в последнем случае дилатансии, то есть увеличения объема или размера образца в направлении действия минимального главного напряжения. В этой связи передача упругого отпора от промежуточного главного напряжения в направлении минимального напряжения происходит, но не в полной степени. Если предположить, что в процессе пластического деформирования степень упругого

отпора соответствует степени передачи максимальным и минимальным напряжениями воздействия на площадку сдвига [6 – 8], то зависимости, определяющие касательные и нормальные напряжения на сдвиговой площадке, примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi + k\sigma_3 \sin^2 \psi + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 (\cos^2 \psi + k \sin^2 \psi); \\ \tau &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 \frac{1}{2} (1-k) \sin 2\psi,\end{aligned}\quad (5)$$

где k – параметр упрочнения, изменяющийся фактически для любой породы в процессе упрочнения от 0 до 1 (однако на пределе прочности практически всегда меньше 1).

Приращение сдвигающего напряжения от действия промежуточного главного напряжения, согласно второй зависимости (5), определяется зависимостью:

$$\Delta\tau = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 \frac{1}{2} (1-k) \sin 2\psi. \quad (6)$$

Приращение удерживающего касательного напряжения с учетом линейности критерия Кулона ($\tau = \operatorname{tg}\varphi \sigma_n + C$, φ , C – соответственно, угол внутреннего трения и сцепление) от действия промежуточного главного напряжения, с учетом (5) имеет вид:

$$\Delta\tau_\varphi = \operatorname{tg}\varphi \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_2 (\cos^2 \psi + k \sin^2 \psi). \quad (7)$$

Как показано в работе [8], параметр упрочнения на пределе прочности практически не превышает значения $k = 1 - \sin \varphi$, поэтому при использовании зависимости (6) и (7) появляется возможность оценить относительное приращение сдвиговой прочности в единицах промежуточного главного напряжения:

$$\frac{\Delta\tau_\varphi - \Delta\tau}{\sigma_2} = \frac{\nu}{1-\nu} \left[\operatorname{tg}\varphi (\cos^2 \psi + (1 - \sin \varphi) \sin^2 \psi) - \frac{1}{2} \sin \varphi \sin 2\psi \right]. \quad (8)$$

Примем для конкритики $\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, $\varphi = 30^\circ$, а $\nu = 0,3$ и оценим относительный вклад промежуточного напряжения в сдвиговую прочность пород по формуле (8).

Таким образом, для выбранных числовых значений (достаточно реалистичных), приращение сдвиговой прочности относительно промежуточного главного напряжения составило порядка 6 %.

При использовании зависимостей (4) и (8) максимальный вклад (то есть при $k = 1$) в сдвиговую прочность в единицах промежуточного главного напряжения определится зависимостью

$$\frac{\Delta\tau_\varphi - \Delta\tau}{\sigma_2} = \frac{\nu}{1-\nu} \operatorname{tg}\varphi. \quad (9)$$

Анализ зависимости (9) показывает, что в этом случае относительное приращение прочности для тех же значений постоянных составит порядка 25 %.

Заключение

Анализ предлагаемого механизма воздействия промежуточного главного напряжения на процесс пластического деформирования и разрушения горных пород показывает, что оно увеличивает на сдвиговой площадке как сдвигающее касательное напряжение, так и удерживающее напряжение, обусловленное внутренним трением. Причем удерживающее напряжение на пределе прочности несколько превышает сдвигающее, чем и объясняется упрочнение (повышение прочности) горных пород вследствие действия промежуточного главного напряжения. Для большинства горных пород и условий

нагрузки влияние промежуточного главного напряжения незначительно. Однако для некоторых горных пород, которые практически до предела прочности не проявляют пластическую деформацию, то есть не дилатируют (не разуплотняются) – хрупкие породы, влияние промежуточного напряжения становится достаточно весомым – десятки процентов от его значения. Такой же результат будет иметь место при сильном обжатии образца минимальным напряжением, когда дилатансия ограничена. Таким образом, появляется возможность использования промежуточного главного напряжения в качестве меры стабилизации разрушения элементов систем разработки, тем более что значения промежуточных напряжений зачастую достаточно высоки.

Литература

1. Литвинский Г.Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов: Монография / Г.Г. Литвинский. – Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 207 с.
2. Ставрогин А.Н. Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. – М.: Недра, 1979. – 301 с.
3. Технология и комплексная механизация проведения горных выработок / Б.В. Бокий, Е.А. Зимица, В.В. Смирняков, и др. - Изд. 2-ое, перераб. и доп. - М.: Недра, 1972. – 336 с.
4. Кашников Ю.А. Механика горных пород при разработке месторождений углеводородного сырья / Ю.А. Кашников, С.Г. Ашихмин. – М.: ООО “Недра-Бизнесцентр”, 2007. – 467 с.
5. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: Учебник под ред. Г.С. Варданяна. – М.: АСВ, 1995. – 568 с.
6. Жабко А.В. Законы пластического деформирования и деструкции твердых тел / А.В. Жабко // Известия УГГУ. – 2017. – № 2 (46). – С. 82 – 87.
7. Жабко А.В. Прочность континуума (твердых тел) / А.В. Жабко // Изв. вузов. Горный журнал. – 2017. – № 4. – С. 47 – 55.
8. Жабко А.В. Теоретические и экспериментальные аспекты пластического деформирования и разрушения горных пород / А.В. Жабко // Известия УГГУ. – 2018. – № 1 (49). – С. 68 – 79.