

УДК 622.831:004.94

Антонов Владимир Александрович

доктор технических наук,
главный научный сотрудник,
Институт горного дела УрО РАН,
620075, г. Екатеринбург,
ул. Мамина-Сибиряка, 58.
e-mail: Antonov@igduran.ru

**СПЛАЙНОВОЕ БИНАРНО-МОДЕЛЬНОЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОН
ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ
ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
БЛОЧНОГО ГОРНОГО МАССИВА
ПО ДАННЫМ GPS НАВИГАЦИИ**

Аннотация:

Изложена методология сплайнового бинарно-модельного определения зон горизонтальной деформации земной поверхности блочного горного массива. Предпосылкой для применения данной методологии являются свойства исследуемого горного массива как дискретной жестко-упругой среды, разделенной на блоки дизъюнктивными нарушениями. Деформация формируется на основе применения бинарных моделей, описывающих по данным GPS навигации ее контуры площадного сжатия и растяжения в зоне контакта двух смежных блоков. Поскольку поверхность структурно-мозаичного многоблочного горного массива содержит множество межблочных контактов, то суммарная картина деформации определяется весовым суммированием, т. е. сплайном соответствующих бинарно-модельных деформаций. Приведены их аналитические выражения с учетом примененных весовых функций. Изложена методика расчета коэффициентов и параметров сплайновой модели. Их идентификация проводится методами наименьших квадратов и приближений параболической вершины, реализуемых в указанной последовательности итерационных расчетов по приведенным формулам оптимизации. Итерационные расчеты регулируются средне-квадратической невязкой модельных и маркерных перемещений, которая сводится к допустимому малому ограничению, определяемому погрешностью позиционирования GPS. Возможность сплайнового бинарно-модельного определения зон горизонтальной деформации многоблочной земной поверхности показана на практическом примере зафиксированных разнонаправленных перемещений маркеров в мониторинге GPS и расчета соответствующих модельных параметров. Сделан вывод, что по предлагаемой методологии решается задача геопро странственного обнаружения геодинамических активных зон, в пределах которых может быть небезопасным ведение горных работ и содержание техногенных объектов.

Ключевые слова: блоки земной поверхности, сплайн, модель, векторы перемещения, деформация.

DOI: 10.25635/2313-1586.2021.02.085

Antonov Vladimir A.

Doctor of Engineering Sciences,
Chief Researcher,
Institute of Mining, Ural Branch of RAS,
620075 Ekaterinburg,
58 Mamina-Sibiryaka Str.
e-mail: Antonov@igduran.ru

**SPLINE BINARY-MODEL
DETERMINATION OF HORIZONTAL
DEFORMATION ZONES
ON THE EARTH'S SURFACE
OF A BLOCK MOUNTAIN GROUP
BASING ON GPS NAVIGATION DATA**

Abstract:

The paper describes the methodology of spline binary-model determination of zones of horizontal deformation on the earth's surface of a block mountain range. A prerequisite for the application of this methodology bases on properties of the studied rock mass as a discrete rigid-elastic medium divided into blocks by disjunctive disturbances. The deformation is formed according to binary models that describe, as follows from GPS navigation data, its contours of areal compression and extension in the contact zone of two adjacent blocks. Since the surface of a structurally mosaic multi-block rock mass contains many inter-block contacts, the total deformation pattern is determined by the weight summation, i.e., the spline of the corresponding binary-model deformations. The paper gives the analytical expressions, with taking into account the applied weight functions. The paper describes the method of calculating the coefficients and parameters of the spline model. Their identification is carried out by the methods of least squares and approximations of the parabolic vertex, implemented in the specified sequence of iterative calculations using the given optimization formulas. Iterative calculations are ruled by the mean-square residual of model and marker displacements, which is reduced to an acceptable small limit determined by the GPS positioning error. The possibility of spline binary-model determination of zones of horizontal deformation of a multi-block earth surface is shown on a practical example of the recorded multidirectional movements of markers in GPS monitoring and the calculation of the corresponding model parameters. The study concluded that the proposed methodology can solve the problem of geospatial detection of geodynamic active zones, within which it may be unsafe to conduct mining operations and to operate maintain man-made objects.

Keywords: blocks of the earth's surface, spline, model, displacement vectors, deformation.

Введение

Деформационный GPS мониторинг земной поверхности горного массива, имеющего сложную блочную структуру, проводят для определения геопространственных зон аномальной трансформации сжатия и растяжения ее форм, оказывающей негативное влияние на безопасность ведения горных работ, содержание зданий и сооружений. Достоверность полученных выводов о деформации зависит от методологии интерпретации перемещений пунктов наблюдательной геодезической сети (маркеров), зафиксированных системой GPS, учитывающей геопространственную неоднородность упругих свойств блочного горного массива, приводящую к ее зональному распределению [1 – 4].

В известных методологических подходах деформация выражается моделями локальной цифровой интерполяции перемещений маркеров или функциональным математическим описанием. Цифровые модели строят методом конечных элементов по представлениям о земной поверхности как сплошной пластично-упругой среде [5 – 9]. Поэтому в них не отражаются блочные закономерности ее перемещений, необходимые для обнаружения локализованной деформации. В известных функциональных моделях рассматриваются перемещения лишь отдельно выделенных блоков земной поверхности и в связи с этим геопространственное расположение зон межблочной деформации также не описывается и не обнаруживается [10 – 13].

В работах [14 – 15] эта проблема частично решена созданной бинарной функционально-факторной моделью горизонтальной межблочной деформации земной поверхности. Она отображает по данным GPS навигации контуры площадной деформации сжатия и растяжения в зоне контакта двух смежных блоков. Поскольку поверхность структурно-мозаичного многоблочного горного массива содержит множество межблочных контактов, то суммарная картина ее деформации определяется весовым суммированием, т. е. сплайном соответствующих бинарно-модельных деформаций. В данной статье рассматривается методология формирования и расчета параметров такого сплайна. На практическом примере данных GPS навигации о разнонаправленных трендовых перемещениях маркеров блочной земной поверхности показано обнаружение локализованных зон ее площадной деформации.

Структура и состав сплайновой модели

Деформационная интерпретация горизонтальных перемещений маркеров многоблочной земной поверхности основана на представлениях о блоках как локальных ее участках, в пределах которых горные породы охвачены жесткими горизонтальными связями. В зонах межблочных контактов из-за структурных нарушений и ослабленных связей горных пород возникает относительное сдвигание блоков, приводящее к крайним деформациям.

Приближенные суждения и выводы о количестве блоков земной поверхности и их границах принимают по результатам анализа векторных перемещений маркеров, зафиксированных системой GPS навигации. Анализ проводится при условии, что одинаковое поступательное смещение всех блоков отсутствует, исключено или сведено к минимуму путем его вычитания.

Наличие и приближенное расположение каждого блока определяется по однообразно организованным направлениям маркерных векторов, размещенных на локальном участке земной поверхности. Векторы, удаленные от предполагаемых межблочных границ, в случае преобладания поступательного сдвигания блока направлены почти одинаково. В присутствии его вращения они разные, но развернуты по углу направления так, что восстановленные к ним перпендикуляры ориентировочно пересекаются в обобщенном центре. После выделения на земной поверхности блочных участков намечаются переходные зоны их контактов.

Проекции U_x , U_y перемещений точек земной поверхности и возникающие в связи с этим линейные ε_x , ε_y и угловые ε_{yx} , ε_{xy} деформации в бинарной модели, охватывающей два сопряженных блока и зону межблочного контакта, представляются следующими соотношениями [14]:

$$U_x = \frac{U_{x1}}{1 + e^{-\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}}} + \frac{U_{x2}}{1 + e^{\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}}}; \quad U_y = \frac{U_{y1}}{1 + e^{-\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}}} + \frac{U_{y2}}{1 + e^{\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}}}$$

$$\varepsilon_x = \frac{dU_x}{dx} = \frac{U_{x2} - U_{x1}}{\lambda_x \left(2 + e^{-\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}} + e^{\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}} \right)}; \quad \varepsilon_y = \frac{dU_y}{dy} = \frac{U_{y2} - U_{y1}}{\lambda_y \left(2 + e^{-\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}} + e^{\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}} \right)}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{dU_x}{dy} = \frac{\varepsilon_x}{|\operatorname{tg} \gamma|} - \frac{\Delta\varphi_1}{1 + e^{-\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}}} - \frac{\Delta\varphi_2}{1 + e^{\frac{(x-x_r)}{\lambda_x}}}; \quad \varepsilon_{yx} = \frac{dU_y}{dx} = \varepsilon_y |\operatorname{tg} \gamma| + \frac{\Delta\varphi_1}{1 + e^{-\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}}} + \frac{\Delta\varphi_2}{1 + e^{\frac{(y-y_r)}{\lambda_y}}},$$

где $U_{x1} = U_{c1} \cos \alpha_1 - (y - y_{ц1}) \Delta\varphi_1$; $U_{y1} = U_{c1} \sin \alpha_1 + (x - x_{ц1}) \Delta\varphi_1$;

$$U_{x2} = U_{c2} \cos \alpha_2 - (y - y_{ц2}) \Delta\varphi_2; \quad U_{y2} = U_{c2} \sin \alpha_2 + (x - x_{ц2}) \Delta\varphi_2;$$

U_{c1} , U_{c2} – модуль вектора поступательного сдвижения всех точек условно первого и второго блоков; α_1 , α_2 – угол между направлением сдвижения и осью x в первом и втором блоках; $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ – угол вращения первого и второго блоков; $x_{ц1}$, $y_{ц1}$ и $x_{ц2}$, $y_{ц2}$ – координаты центра вращения первого и второго блоков; $y_r = f(x)$ – монотонно изменяющаяся, гладкая и непрерывная функция, отображающая положение межблочной граничной линии, на которой проекции U_{x1} , U_{y1} и U_{x2} , U_{y2} уменьшаются наполовину, т. е. в два раза; $x_r = f^{-1}(y)$ – обратная функция граничной линии; $\lambda_x = \lambda \operatorname{cosec} \gamma$; $\lambda_y = \pm \lambda \sec \gamma$; γ – угол наклона к оси x прямой касательной линии, проведенной к графику функции y_r ; λ – половина длины релаксации, отложенная по перпендикуляру к граничной половинной линии, при которой перемещения точек блока, противоположно удаленных от нее, отличаются в e раз, где e – основание натурального логарифма. Положение межблочной граничной линии выражается степенной функцией вида $y = Ax^\mu + B$ и соответствующей обратной функцией $x = \left(\frac{y-B}{A} \right)^{\frac{1}{\mu}}$. Половина длины релаксации λ характеризует ширину (расплывчатость) зоны межблочного контакта.

С учетом многоблочной структуры земной поверхности перемещения и деформации отображаются сплайнами, состоящими из следующих сумм весовых бинарных моделей:

$$U_x = \sum_{j=1}^{j=k} g_j U_{xj}; \quad U_y = \sum_{j=1}^{j=k} g_j U_{yj};$$

$$\varepsilon_x = \sum_{j=1}^{j=k} g_j \varepsilon_{xj}; \quad \varepsilon_y = \sum_{j=1}^{j=k} g_j \varepsilon_{yj}; \quad \varepsilon_{xy} = \sum_{j=1}^{j=k} g_j \varepsilon_{xyj}; \quad \varepsilon_{yx} = \sum_{j=1}^{j=k} g_j \varepsilon_{yxj},$$

где k – количество межблочных контактов; g_j – функция веса, принимающая значение 1 на участке земной поверхности, содержащей межблочный j – контакт, и значение 0 вне этого участка. Вес g_j формируется как следующее произведение четырех ступенчатых функций, из которых две направлены по оси x и две – по оси y :

$$g_j = \frac{1}{(1 + e^{-\frac{(x-x_{1j}(y))}{\lambda_{xj}}}) (1 + e^{-\frac{(x-x_{2j}(y))}{\lambda_{xj}}}) (1 + e^{-\frac{(y-y_{1j}(x))}{\lambda_{yj}}}) (1 + e^{-\frac{(y-y_{2j}(x))}{\lambda_{yj}}})} ,$$

где $x_{1j}(y)$, $x_{2j}(y)$ – функции, выражающие положение границ начала и окончания j -участка земной поверхности, зафиксированных в направлении координаты x ; $y_{1j}(x)$, $y_{2j}(x)$ – функции, выражающие положение аналогичных границ отмеченного участка, зафиксированных в направлении координаты y ; λ_{xj} , λ_{yj} – релаксационные интервалы, характеризующие крутизну (расплывчатость) границы выделенного участка. Единичный вес ($g_j=1$) устанавливается во всех его точках, соответствующих неравенствам $x_{1j} < x < x_{2j}$, $y_{1j} < y < y_{2j}$.

Сплайн бинарно-модельной площадной деформации представляется также весовой суммой

$$\varepsilon = \sum_{j=1}^{j=k} g_j (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx})_j ,$$

отображающей разнонаправленную трансформацию форм земной поверхности на разных ее межблочных участках.

Идентификация модельных параметров

Параметры сплайновой модели деформации земной поверхности идентифицируются по условию минимизации среднеквадратичного отклонения σ_m векторов U_m модельного ее перемещения от векторов $U_{\Delta i}$ трендового перемещения соответствующих i -маркеров. Значение σ_m сводится к допустимому малому ограничению, которое с учетом среднеквадратичной погрешности σ_{Δ} позиционирования маркеров системой GPS оценивается с вероятностью P по распределению Пирсона и представляется следующим неравенством:

$$\sigma_m < \sigma_{\Delta} \sqrt{\frac{f}{\chi_{\alpha, f}^2}} ,$$

где f – число степеней свободы при определении погрешности σ_{Δ} ; $\chi_{\alpha, f}^2$ – квантиль распределения Пирсона на уровне значимости $\alpha=1-P$.

Среднеквадратичное отклонение σ_m (погрешность модели) рассчитывается по формуле

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_n [(x_{ki} - x_{ni} - U_{xi})^2 + (y_{ki} - y_{ni} - U_{yi})^2]} ,$$

где x_{ni} , y_{ni} и x_{ki} , y_{ki} – начальные и конечные координаты маркеров; U_{xi} , U_{yi} – проекции модельных векторов, исходящих из начального положения i -маркеров; n – их количество.

С учетом блочной структуры земной поверхности расчет искомых параметров сплайновой модели деформации проводят итерационными циклами, в каждом из которых уточняются координаты условных ($U_{cs}=0$) центров X_{cs} , Y_{cs} и углы $\Delta\varphi_s$ вращения s -блоков, а также показатели λ_j , μ_j , A_j , B_j , характеризующие расположение и ширину зон межблочных контактов. Очевидно, что достоверность рассчитываемых параметров и, соответственно, самой модели деформации земной поверхности обусловлена наличием маркеров, расположенных на блоках и в зонах их сопряжений.

Координаты условного центра вращения (X_{cs} , Y_{cs}) s -блока горных пород определяются в первом приближении методом наименьших квадратов по формулам [14]:

$$X_{цс} = -\frac{y_{ki} - y_{ni} - x_{ni} \Delta\varphi_s}{\Delta\varphi_s}; \quad Y_{цс} = \frac{x_{ki} - x_{ni} + y_{ni} \Delta\varphi_s}{\Delta\varphi_s}.$$

В данных формулах учитываются лишь y -маркеры, расположенные в удалении от межблочных границ. При этом угол $\Delta\varphi_s$ рассчитывается методом приближений параболической вершины (МППВ) по методике МЗТ [16] с целевой функцией погрешности моделирования $\sigma_{мв}$, охватывающей только эти маркеры. В последующих приближениях значения параметров $X_{цж}$, $Y_{цж}$, $\Delta\varphi_j$ уточняются МППВ по методике М7Т [16] с той же целевой функцией.

Коэффициенты A_j , B_j степенной функции, отображающей расположение серединной линии межблочного j -контакта, определяются по показателю степени μ_j и координатам двух вспомогательных точек (x_{j0}, y_{j0}) и (x_j, y_j) , принадлежащим этой линии. Расчет проводится по следующим формулам:

$$A_j = \frac{y_{j0} - y_j}{x_{j0}^{\mu_j} - x_j^{\mu_j}}; \quad B_j = \frac{x_{j0}^{\mu_j} y_j - x_j^{\mu_j} y_{j0}}{x_{j0}^{\mu_j} - x_j^{\mu_j}}.$$

При этом значения показателя степени μ_j , четырех координат x_j , x_{j0} , y_j , y_{j0} вспомогательных точек, а также длина релаксации λ_j каждого межблочного контакта определяются МППВ по методике М13Т [16] с целевой функцией погрешности моделирования $\sigma_{мг}$, учитывающей лишь g -маркеры, расположенные в зоне выбранного контакта.

Состояние расчета кинематических параметров блоков и межблочных зон контролируется минимизацией соответствующих целевых функций $\sigma_{мв}$ и $\sigma_{мг}$. Однако идентификация параметров модели в итоге оценивается по значению ее погрешности σ_m , сводимому к допустимому ограничению.

Пример определения зон сплайновой деформации

Приведем пример определения зон сплайновой деформации в GPS мониторинге земной поверхности сложного блочного состава. Его содержание направлено не для решения задачи конкретного горного предприятия, а с целью иллюстрации результатов, получаемых с применением методологии сплайнового моделирования. Изложенная в нем задача интерпретации трендовых перемещений маркеров земной поверхности, происходящих из-за горизонтального и разнонаправленного смещения ее блоков, является почти типовой и широко распространенной в геодинамике блочного горного массива.

По данным мониторинговых GPS измерений экспериментально определены со среднеквадратичной погрешностью $\sigma_s=3,4$ мм векторы трендового перемещения маркеров земной поверхности. План размещения векторов показан на рис. 1, а. Массив горных пород на данной территории является дискретной жестко-упругой средой, разделенной на блоки различными разломами и трещинами. Расходящиеся, но локально организованные направления векторов на западе, северо-востоке и юго-востоке свидетельствуют о наличии трех разнодвижущихся блоков горных пород. Предполагаемое размещение трех контактных зон, разделяющих блоки, показано заштрихованными полосами. В начале и конце каждой полосы отмечено в виде треугольников исходное положение двух вспомогательных точек, используемых в расчетах серединной линии межблочного контакта. Предположительные границы трех весовых функций g_j , выделяющих в сплайне межблочные зоны и соответствующие три бинарные модели площадной деформации, обозначены пунктиром.

Расчет параметров сплайновой модели проведен по методике, описанной в предыдущем разделе. Оптимальные параметры, полученные при минимизации погрешности σ_m до приемлемого значения 4,1 мм, приведены в табл. 1.

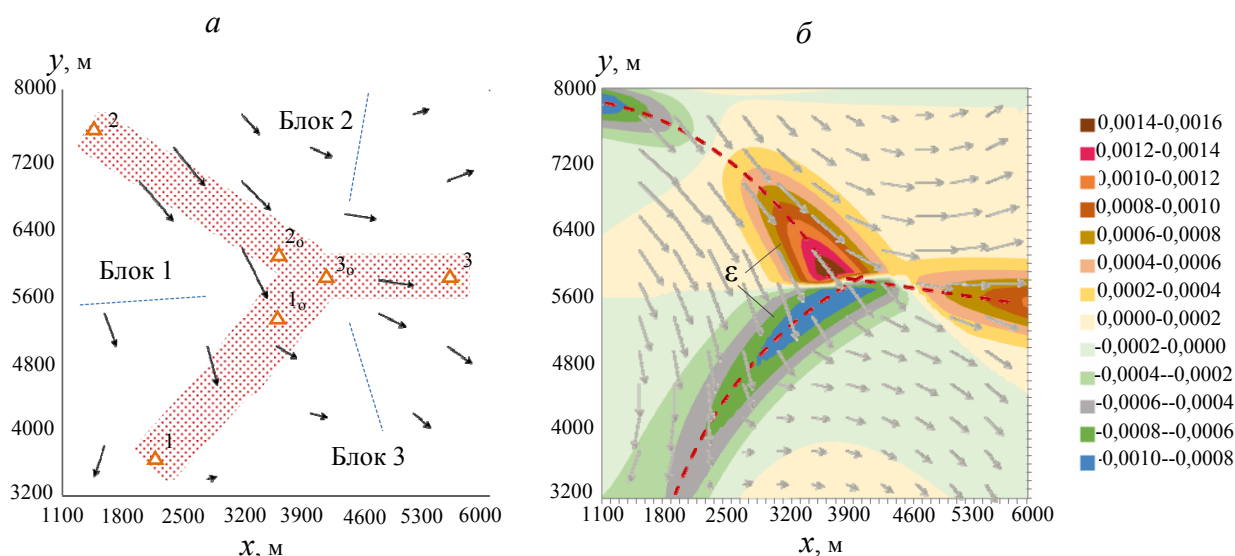


Рис. 1. План векторных перемещений маркеров земной поверхности (а), моделируемых ее перемещений и контуров площадной деформации (б) (масштаб векторов увеличен в 1000 раз)

Таблица 1

Оптимальные параметры сплайновой модели площадной деформации

Блок 1	Блок 2	Блок 3
$X_{ц1}=-988,2$ м; $Y_{ц1}=4502,6$ м; $\Delta\varphi_1=-0,00017$	$X_{ц2}=4666,5$ м; $Y_{ц2}=8990,1$ м; $\Delta\varphi_2=0,00015$	$X_{ц3}=3250,1$ м; $Y_{ц3}=2010,4$ м; $\Delta\varphi_3=-0,0001$
Зона контакта между блоками 1 и 2	Зона контакта между блоками 2 и 3	Зона контакта между блоками 3 и 1
$\lambda_{12}=198$ м, $\mu_{12}=2,52$ $A_{12}=-2,26 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1,52}$; $B_{12}=8028$ м	$\lambda_{23}=181$ м, $\mu_{23}=0,98$ $A_{23}=-0,184 \text{ м}^{0,02}$; $B_{23}=6396$ м	$\lambda_{31}=205$ м, $\mu_{31}=-1,05$ $A_{31}=-1,44 \cdot 10^7 \text{ м}^{2,05}$; $B_{31}=8052$ м

В связи с тем что горизонтальная площадная деформация земной поверхности сосредоточена в межблочных зонах, границы весовых функций g_1, g_2, g_3 соответствующих бинарных моделей проходят по средней части блоков вдали от их контактов. План построенного таким образом сплайна векторных перемещений точек земной поверхности и обнаруженной площадной деформации представлен на рис. 1, б. Здесь красным пунктиром отмечены направления серединных линий межблочных контактных зон. Уровень и знак площадной деформации в этих зонах (растяжение, сжатие) обусловлены изменяющимся влиянием ее линейных и угловых компонент. Оно зависит от геопространственной ориентации межблочных контактов, т. е. направлений разломов и трещин. Размещение на земной поверхности сплайна линейной и угловой деформации показано на рис. 2.

В результате сплайнового бинарного моделирования горизонтальной деформации земной поверхности, проведенного по данным GPS мониторинга, определяются следующие ее контуры. Деформация сосредоточена вдоль границ земных блоков. Ширина полос деформаций, т. е. зон межблочных дизъюнктивных нарушений и трещин в горных породах, характеризуется половиной длины релаксации λ , изменяющейся в ин-

тервале 181 – 205 м. В северо-западной части зоны контакта между блоками 1 и 2 происходит площадное сжатие из-за влияния угловой деформации ϵ_{yx} . В зоне, смещенной на юго-восток, и между блоками 2 и 3 обнаружено площадное растяжение, обусловленное влиянием его линейной ϵ_y и угловой ϵ_{yx} компоненты. На юго-западе, между блоками 1 и 3, возникает также площадное сжатие, увеличивающееся в северо-восточном направлении под преимущественным влиянием, соответственно, других бинарных компонент ϵ_y и ϵ_{yx} . Таким образом, в центральной части территории земной поверхности, где сходятся межблочные разломы, образуется контрастный переход между ее площадным сжатием и растяжением.

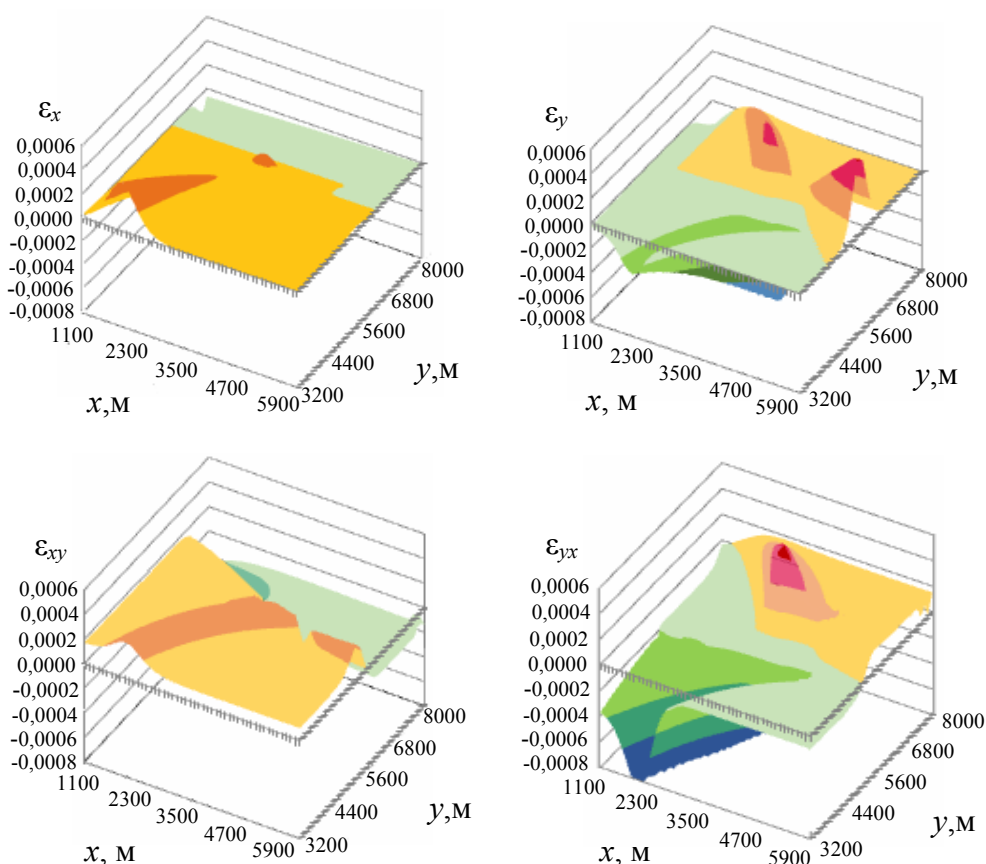


Рис. 2. Размещение на земной поверхности ее линейной ϵ_x , ϵ_y и ϵ_{xy} , ϵ_{yx} деформации

Заключение

Изложенная методология сплайнового моделирования горизонтальной деформации земной поверхности по данным GPS навигации позволяет выявить контуры ее локализации в многоблочном горном массиве и описать суммарную картину деформации, возникающей в краевых зонах участков горных пород, составляющих мозаичную структуру. Предпосылкой для применения данной методологии являются представления о горном массиве как дискретной жестко-упругой среде, разделенной на блоки дизъюнктивными нарушениями.

Целесообразность и полезность предлагаемой методологии состоит в том, что по ее принципам, модельным представлениям и порядку определения площадной деформации решается задача геопро пространственного обнаружения геодинамических активных зон, в пределах которых может быть небезопасным ведение горных работ и содержание техногенных объектов.

Список литературы

1. Балек Е.А., 2018. Учет мозаичности напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород при решении практических задач недропользования. *Проблемы недропользования*, № 3, С. 140 - 150.
2. Savage J.C., Gan W., Svarc J.L., 2001. Strain accumulation and rotation in the Eastern California Shear Zone. *J. Geophys. Res.*, Vol. 106, N. B10, P. 21995–22007.
3. Cheskidov V.V., Lipina A.V., Melnichenko I.A., 2018. Integrated monitoring of engineering structures in mining. *Eurasian Mining*, No. 2, P. 18 – 21.
4. Zheng G., Wang H., Wright T. J., Lou Y., Zhang R., Zhang W., Shi Ch., Huang J., Wei N., 2017. Crustal Deformation in the India-Eurasia Collision Zone from 25 Years of GPS Measurements. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 122 (11), P. 9290 - 9312.
5. Мазуров Б.Т., 2019. *Математическое моделирование при исследовании геодинамики*. Новосибирск: Сибпринт, С. 59, 282, 291.
6. Дорогова И.Е., 2013. *Изучение деформаций земной коры по результатам геодезических данных с использованием метода конечных элементов*. СГГА, Т. 1, № 1, С. 190 - 193.
7. Серов М.А., Жижерин В.С., 2017. Моделирование напряженно-деформированного состояния земной коры Верхнего Приамурья. *Успехи современного естествознания*, № 10, 107 - 112.
8. Середович В. А., Панкрушин, В. К., Мазуров Б.Т., 2004. Идентификация напряженно-деформированного состояния и поворотных движений геодинимических систем по наземным и спутниковым наблюдениям. *Сборник материалов VIII междунар. научно-практ. конф. Geoinfocad, Франция, Ницца*. Новосибирск: СГГА, С.11 - 14.
9. Takuma Y., Tsuyoshi I., Yuji Y., Ryoichiro A., Takane H., Muneo H., 2017. Fast crustal deformation computing method for multiple computations accelerated by a graphics processing unit cluster. *Geophysical Journal International*, Vol. 210, P. 787 - 800.
10. McCaffrey R., 2002. Crustal block rotations and plate coupling. *Plate Boundary Zones*, Vol. 30, P. 100–122.
11. Meade B.J., Hager B.H., 2005. Block models of crustal motion in southern California constrained by GPS measurements. *Ibid*, Vol. 110, N B03403.
12. Мухамедиев Ш.А., Зубович А.В., Кузиков С.И., 2006. Выделение блоков земной коры по данным GPS-измерений. *Доклады Академии наук*, Т. 408, № 4, С. 539 - 542.
13. He X., Montillet J., Fernandes R., Bos M., Yu K., Hua X., Jiang W., 2017. Review of current GPS methodologies for producing accurate time series and their error sources. *Journal of Geodynamics*, Vol. 106, P. 12 – 29.
14. Антонов В.А., 2020. Модели горизонтального перемещения и деформации блоков земной поверхности. *Проблемы недропользования*, № 1, С. 104-112. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.01.104
15. Антонов В.А., 2020. Геоинформационное отображение горизонтальной деформации земной поверхности блоков горных пород. *Проблемы недропользования*, № 4, С. 98 - 108. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.04.098
16. Антонов В.А. Извлечение математико-статистических закономерностей в экспериментальных исследованиях горно-технологических процессов. *Проблемы недропользования*, 2018, № 4, С. 61 – 70. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.04.061

References

1. Balek E.A., 2018. *Uchet mozaichnosti napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya massivov skal'nykh gornykh porod pri reshenii prakticheskikh zadach nedropol'zovaniya* [Taking into account the mosaic structure of stress-strain state of rock mass during solving the practical tasks of subsoil use]. *Problemy nedropol'zovaniya*, № 3, P. 140 - 150.

2. Savage J.C., Gan W., Svarc J.L., 2001. Strain accumulation and rotation in the Eastern California Shear Zone. *J. Geophys. Res.*, Vol. 106, N. B10, P. 21995–22007.
3. Cheskidov V.V., Lipina A.V., Melnichenko I.A., 2018. Integrated monitoring of engineering structures in mining. *Eurasian Mining*, No. 2, P. 18 – 21.
4. Zheng G., Wang H., Wright T. J., Lou Y., Zhang R., Zhang W., Shi Ch., Huang J., Wei N., 2017. Crustal Deformation in the India-Eurasia Collision Zone from 25 Years of GPS Measurements. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 122 (11), P. 9290 - 9312.
5. Mazurov B.T., 2019. *Matematicheskoe modelirovanie pri issledovanii geodinamiki* [Mathematical modeling in the study of geodynamics]. Novosibirsk: Sibprint, P. 59, 282, 291.
6. Dorogova I.E., 2013. *Izuchenie deformatsii zemnoi kory po rezul'tatam geodezicheskikh dannykh s ispol'zovaniem metoda konechnykh elementov* [Study of crustal deformations based on the results of geodetic data using the finite element method]. SGGA, Vol. 1, № 1, P. 190 - 193.
7. Serov M.A., Zhizherin V.S., 2017. *Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zemnoi kory Verkhnego Pryamur'ya* [Modeling of the stress-strain state of the crust of the Upper Amur]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya*, № 10, P. 107 - 112.
8. Seredovich V. A., Pankrushin, V. K., Mazurov B.T., 2004. *Identifikatsiya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i povorotnykh dvizhenii geodinamicheskikh sistem po nazemnym i sputnikovym nablyudeniym*. [Identification of the stress-strain state and turning movements of geodynamic systems based on ground and satellite observations]. *Sbornik materialov VIII mezhdunar. nauchno-prakt. konf. Geoinfocad, Frantsiia, Nitstsa*. Novosibirsk: SGGA, P.11 - 14.
9. Takuma Y., Tsuyoshi I., Yuji Y., Ryoichiro A., Takane H., Muneo H., 2017. Fast crustal deformation computing method for multiple computations accelerated by a graphics processing unit cluster. *Geophysical Journal International*, Vol. 210, P. 787 - 800.
10. McCaffrey R., 2002. Crustal block rotations and plate coupling. *Plate Boundary Zones*, Vol. 30, P. 100–122.
11. Meade B.J., Hager B.H., 2005. Block models of crustal motion in southern California constrained by GPS measurements. *Ibid*, Vol. 110, N B03403.
12. Mukhamediev Sh.A., Zubovich A.V., Kuzikov S.I., 2006. *Vydelenie blokov zemnoi kory po dannym GPS-izmerenii* [Allocation of blocks of the earth's crust according to GPS measurements]. *Doklady Akademii nauk*, Vol. 408, № 4, P. 539 - 542.
13. He X., Montillet J., Fernandes R., Bos M., Yu K., Hua X., Jiang W., 2017. Review of current GPS methodologies for producing accurate time series and their error sources. *Journal of Geodynamics*, Vol. 106, P. 12 – 29.
14. Antonov V.A., 2020. *Modeli gorizonta'nogo peremeshcheniya i deformatsii blokov zemnoi poverkhnosti* [Models of horizontal displacement and deformation of blocks of the earth's surface]. *Problemy nedropol'zovaniya*, № 1, P. 104-112. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.01.104
15. Antonov V.A., 2020. *Geoinformatsionnoe otobrazhenie gorizonta'noi deformatsii zemnoi poverkhnosti blokov gornykh porod* [Geoinformation display of horizontal deformation of the earth's surface of rock blocks]. *Problemy nedropol'zovaniya*, № 4, P. 98 - 108. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.04.098
16. Antonov V.A. *Izvlечение математико-статистических закономерностей в экспериментальных исследованиях горно-технологических процессов* [Extraction of mathematical and statistical patterns in experimental studies of mining processes]. *Problemy nedropol'zovaniya*, 2018, № 4, P. 61 – 70. DOI: 10.25635/2313-1586.2020.04.061