

Распопов Роман Владимирович
специалист,
Тюменский государственный
нефтегазовый университет,
625000 г. Тюмень, ул. 50 лет Октября, 38
e-mail: romanraspopov@gmail.com

МЕТОД ЗОНАЛЬНОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕФТЯНОГО КОЛЛЕКТОРА

Аннотация:

При описании гидродинамики локального участка нефтяного коллектора на основе огрубленного геометрического агрегирования зон, приуроченных к регулярной сетке скважин, снижается точность анализа, равновесные средние значения смещаются. Рассмотренное правило вычислительного редуцирования изначально детальной сетки конечных элементов устраняет указанный недостаток, доставляя точное равенство для равновесных состояний. Ошибка наблюдаемой динамики давления забоя скважины в значительной степени компенсируется введением малого кольцевого сегмента вокруг скважины, учитывающего быструю гидродинамику притока

Ключевые слова: моделирование коллектора, редукция модели, конечные элементы, гидропроводность

Raspopov Roman V.
spcialist,
the Tjumensky State Oil & Gas University
625000, Tjumen, 50 years of October st., 38
e-mail: romanraspopov@gmail.com.

THE METHOD OF ZONAL PRESSURE REDUCTION OF OIL TRAP HYDRODYNAMIC MODEL

Abstract:

Describing the hydrodynamics of oil trap local area in terms of coarse geometrics of regular well pattern zones, results in analysis accuracy decrease due to equilibrium offset. In this paper computational algorithm of initially detailed element pattern reduction is considered, that corrects the mentioned drawback, providing for equality of equilibrium states in full-scale and reduced models. The observing dynamic error of bottom-hole pressure is compensated by introduction the additional radial near well segment, considering fast hydrodynamics of the well in-flow

Keywords: oil trap modeling, model reduction, finite elements, hydro- permeability

Современный уровень оснащения нефтедобывающих производств погружной телеметрией [1] позволяет ставить новые задачи оперативного контроля и регулирования состояния выработки локальных зон коллекторов [2, 3]. Решение подобных задач связано с введением новых упрощенных форм представления зональных моделей гидродинамики коллектора, допускающих реализацию и периодическое обновление в рамках информационных ресурсов и служб самого предприятия. Задачи оценивания параметров распределенных сред относятся к классу плохо обусловленных [4, 5] и требуют разработки специальных процедур регуляризации оценок [6, 7]. Одно из правил улучшения свойств устойчивости оценок – переход к огрубленным моделям минимального динамического порядка с меньшим количеством настроек (оцениваемых параметров) [8].

Введение осредненных переменных состояния на основе объединения конечных элементов изначально плотной сетки в более крупные агрегаты снижает детальность анализа, при этом точность воспроизведения осредненных процессов должна оставаться приемлемой для последующих приложений.

Вычислительные схемы редуцирования определяются геометрическими образами и размерами детальной сетки элементов. Без ограничения общности рассмотрим участок коллектора с выделенной центральной зоной и зонами окаймления (рис. 1, 1).

Заметим, что изображенная на рисунке детальная сетка элементов соответствует условиям радиальной симметрии поля давлений, наведенной регулярной сеткой сква-

жин [9, 10], и сама удовлетворяет условию «экономной» аппроксимации, т. е. характеризуется меньшим количеством конечных элементов, необходимых для описания модели гидродинамики, по сравнению со стандартными прямоугольными сетками.

Рассмотрим модель гидродинамики локального участка коллектора, состояние которого в конечных элементах приведено к единой горизонтали.

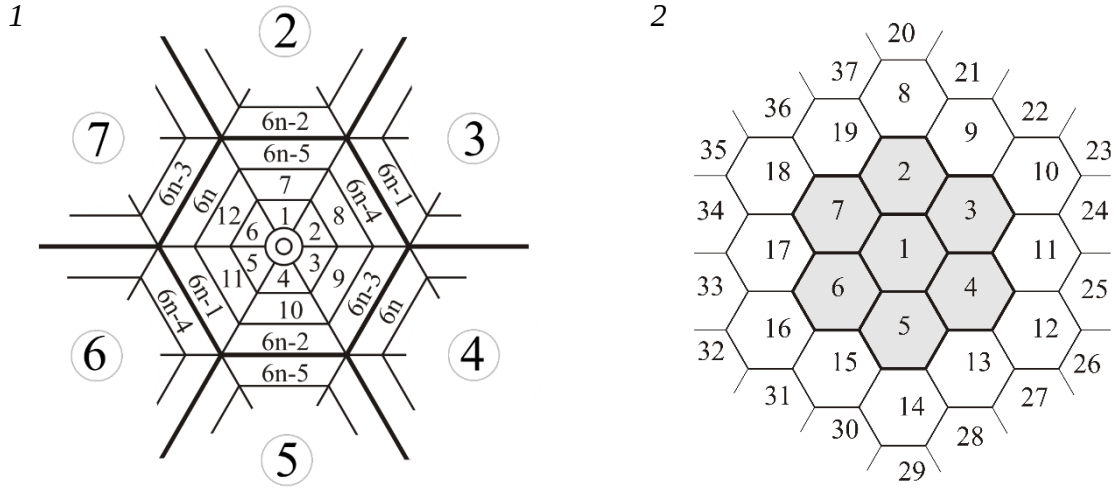


Рис. 1 – Схема конечных элементов поля распределения давления участка горизонтального коллектора и их индексация:

1 – плотная сетка конечных элементов; 2 – агрегированная схема минимальной размерности

Редуцированный прообраз модели минимального порядка, представленный на рис. 1, 2, соответствует переходу от блочного вектора состояния полной размерности

$$p(t) = \text{col}[p(1,t) \dots p(7,t)], \quad p(i,t) = \text{col}[p_1(i,t) \dots p_{6n}(i,t)], \quad i = 1 \dots 7 \quad (1)$$

с n -радиальным делением каждого многогранника (на рис. 1, 1 принято $n = 3$) к переменным

$$p_0(t) = \text{col}[p_0(1,t) \dots p_0(7,t)], \quad \bar{p}(t) = \text{col}[\bar{p}(1,t) \dots \bar{p}(7,t)], \quad (2)$$

где col – обозначение вектора-столбца, t – независимая переменная времени, i – номер зоны, $p(t)$, $p_0(t)$ и $\bar{p}(t)$ – векторы давлений детальной модели (размерности $7 \times 6n$) кольцевых сегментов вокруг скважин и среднезональных, соответственно.

Причем точная редукция соответствует закону простого осреднения

$$\bar{p}(i,t) = \frac{1}{6n} \sum_{j=1}^{6n} p_j(i,t), \quad i = 1 \dots 7, \quad (3)$$

где $p_0(i,t)$ – давление в кольцевом сегменте, охватывающем забой скважины i -й зоны (отражает гидродинамику быстрых процессов); $\bar{p}(i,t)$ – среднее давление i -й зоны.

Пронумерованные на рис. 1, 2 $i = 8 \dots 19$ зоны вторичного окаймления вводятся как краевые зоны с осредненным квазистационарным состоянием

$$\bar{p}_k(t) = \text{col}[\bar{p}_k(8) \dots \bar{p}_k(19)]. \quad (4)$$

Рассмотрим задачу о построении и анализе динамики поведения для двух видов моделей участка коллектора, включающего, согласно рис. 1, семь зон. Детальная модель с полноразмерным вектором состояния $p(t)$ и $p_0(t)$ (1), (2) представляет наиболее полную картину распределения давления в пласте. Модель минимального порядка описывает осредненную гидродинамику состояния коллектора меньшим количеством переменных:

$$p_{s0}(t) = \text{col}[p_{s0}(1,t) \dots p_{s0}(7,t)], \quad p_s(t) = \text{col}[p_s(1,t) \dots p_s(7,t)]. \quad (5)$$

Нас будет интересовать следующий вопрос: как строится модель минимального порядка, обеспечивающая минимальное отклонение от динамики осредненного поведения (2), (3), к примеру

$$\rho(\mathfrak{R}) = \|\bar{p}(t) - p_s(t)\|^2 + \nu_R \|p_0(t) - p_{s0}(t)\|^2 \rightarrow \min_{\mathfrak{R}}, \quad \nu_R \geq 0,$$

где $\mathfrak{R}$ – правило редуцирования или алгоритм пересчета параметров полноразмерной модели в параметры модели минимального порядка.

В рамках обозначений на рис. 1 гидродинамика участка коллектора в пространстве состояний давлений (1), (2), $p(t) \in R^{7 \times 6n}$, $p_0(t) \in R^7$, приведенных к горизонтали, описывается системой векторных уравнений

$$\begin{cases} T\dot{p}(t) = -Wp(t) + W_1 p_0(t) + W_k p_k(t) \\ T_0 \dot{p}_0(t) = W_1^T p(t) - W_0 p_0(t) + W_z p_z(t) \end{cases} \quad (6)$$

где матрицы $W_\bullet$ состоят из коэффициентов гидропроводности границ между конечными элементами w_{ij} ; матрицы $T_\bullet$ состоят из коэффициентов упругоемкости конечных элементов τ_i ; блок-вектор краевых состояний (рис. 1, 2, кольцо второго окаймления: $i = 8 \dots 19$) и вектор забойных давлений скважин представлены в виде

$$p_k(t) = \text{col}[p(8,t) \dots p(19,t)] \in R^{12 \times 6n}, \quad p_z(t) = \text{col}[p_z(1,t) \dots p_z(7,t)] \in R^7.$$

Схема заполнения блочных матриц W , W_k отвечает топологии связанности сегментов (рис. 2).

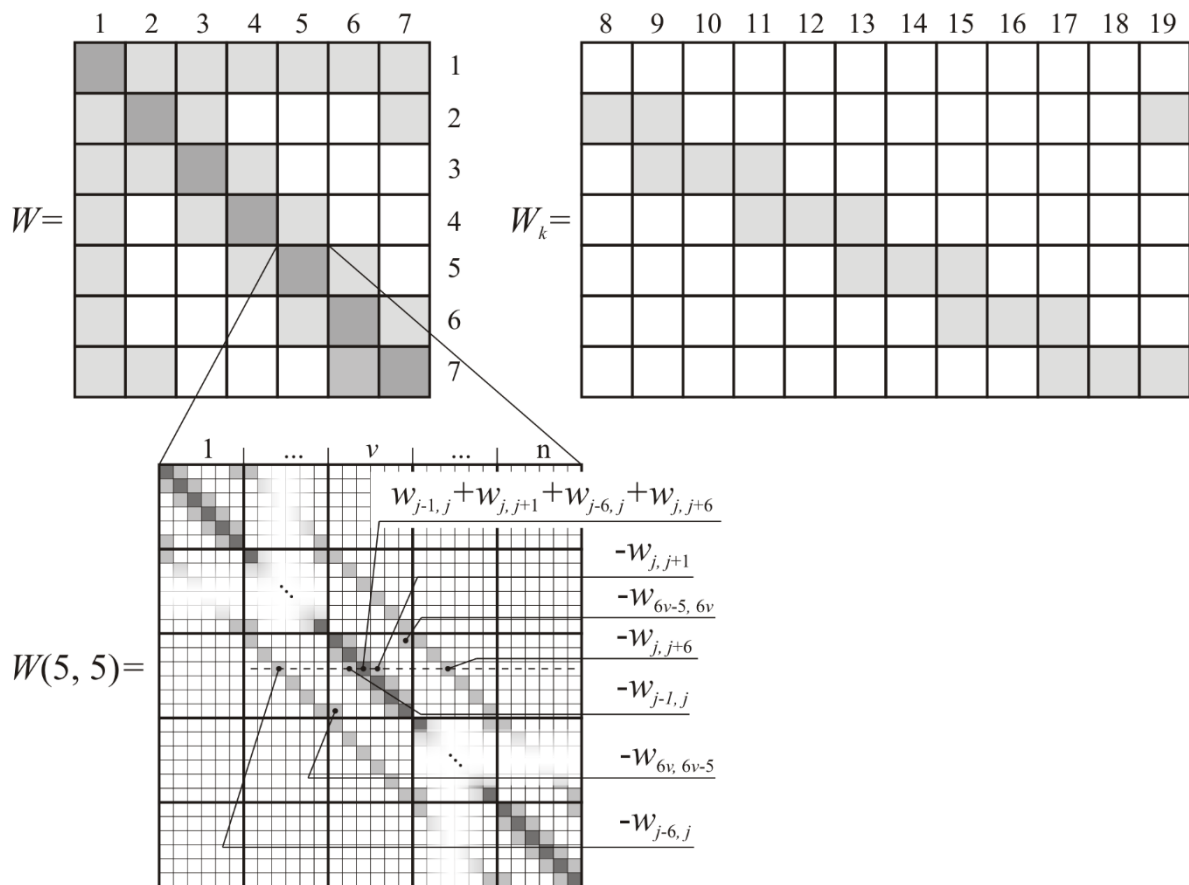


Рис. 2 – Блочная структура матриц системы (6)

$$\begin{aligned}
W &\in R^{7 \times 6n} \times R^{7 \times 6n}, W_0 = \text{diag}[w_0(1), w_0(2), \dots, w_0(7)] \in R^7 \times R^7, \\
W_k &\in R^{7 \times 6n} \times R^{12 \times 6n}, W_z = \text{diag}[w_z(1), w_z(2), \dots, w_z(7)] \in R^7 \times R^7, \\
W_1 &= \text{blokdiag}[w(1), w(2), \dots, w(7)] \in R^{7 \times 6n} \times R^7, \\
T_0 &= \text{diag}[\tau_0(1), \tau_0(2), \dots, \tau_0(7)] \in R^7 \times R^7, \\
T &= \text{blokdiag}[\tau(1), \tau(2), \dots, \tau(7)] \in R^{7 \times 6n} \times R^{7 \times 6n}.
\end{aligned}$$

Компоненты $W(i, i) \in R^{6n} \times R^{6n}$, $i = 1 \dots 7$ имеют почти пятидиагональную структуру. Антидиагональные блоки матриц W и W_k , а именно $W(i, \nu) \in R^{6n} \times R^{6n}$, $i < \nu$, содержат всего лишь один ненулевой элемент $w_{\Gamma}(i, \nu)$ с координатами $\langle j, l \rangle$ из таблиц соответствия. Структура блоков матриц W_1 и T имеет описания:

$$w(i) = [w_{01}(i), \dots, w_{06}(i) \mid 0, \dots, 0]^T \in R^{6n}, \tau(i) = \text{diag}[\tau_1(i), \dots, \tau_{6n}(i)] \in R^{6n}.$$

Компоненты диагонали W_0 рассчитываются по выражению

$$w_0(i) = w_{01}(i) + \dots + w_{06}(i) + w_z(i), i = 1 \dots 7.$$

Рассмотрим модель минимального порядка с укрупненной схемой конечных элементов, как на рис. 1, 2 (геометрическое агрегирование).

В условиях линейной фильтрации и принятых обозначений (4), (5) гидродинамика межзонных взаимодействий $i = 1 \dots 7$ (рис. 1, 2) модели минимального порядка описывается системой уравнений вида

$$\begin{cases} T_s \dot{p}_s(t) = -W_s p_s(t) + W_{s1} p_{s0}(t) + W_{sk} \bar{p}_k(t) \\ T_0 \dot{p}_{s0}(t) = W_{s1}^T p_s(t) - W_{s0} p_{s0}(t) + W_z p_z(t) \end{cases} \quad (7)$$

где матрицы $W_s, W_{s1}, W_z \in R^7 \times R^7$ и $W_{sk} \in R^7 \times R^{12}$ не являются блочными, но имеют ту же структуру связности, что и на рис. 2. Остальные матрицы имеют диагональный вид: $W_{s1} = \text{diag}[w_{s1}(1), \dots, w_{s1}(7)]$, $W_{s0} = \text{diag}[w_{s0}(1), \dots, w_{s0}(7)]$, $w_{s0}(i) = w_{s1}(i) + w_z(i)$, $T_s = \text{diag}[\tau_s(1), \dots, \tau_s(7)]$.

До сопоставления среднезональных состояний (3), воспроизводимых полноразмерной системой (6) с переменными состояния системы минимального порядка по типу (7), укажем вначале правило редуцирования (6) до модели минимального порядка, представляющее точную аппроксимацию средних для равновесных состояний.

Воспользуемся структурой конструкции агрегативной модели (6) для синтеза динамической модели минимального порядка с точным воспроизведением средних зональных равновесных состояний.

Рассмотрим результаты численного интегрирования полноразмерной системы со структурой конечных элементов (рис. 1. 1) с $n = 6$. Параметры гидравлической системы сведены в табл. 1.

Осредненные состояния зон вторичного окаймления ($i = 8 \dots 19$) отвечают условию симметрии однорядной системы заводнения. Графики равновесного состояния полноразмерной и редуцированной системы вдоль линии зон $i = \langle 18, 7, 1, 4, 12 \rangle$ для различных распределений фильтрационных свойств среды $\varepsilon_{lj}(i)$, изображенных на рис. 3, представлены на рис. 4.

Таблица 1

Параметры гидравлической системы

Параметр	Обозначение	Значение
Расстояние от центра зоны до границы	L	200 м
Радиус скважины приведенный	L_C	2 м
Радиус кольцевого сегмента	L_0	20 м
Коэффициент упругости породы	$\beta^* = (m\beta_{жс} + \beta_k)$	$5 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$
Расход по нагнетанию в скважины	$q_{1,2,5}$	$-70 \text{ м}^3/\text{сут}$
Дебит скважин	$q_{3,4,6,7}$	$70 \text{ м}^3/\text{сут}$
Краевое давление в рядах нагнетания	$p_{пл_н}$	23 МПа
Краевое давление в рядах добычи	$p_{пл_д}$	20 МПа

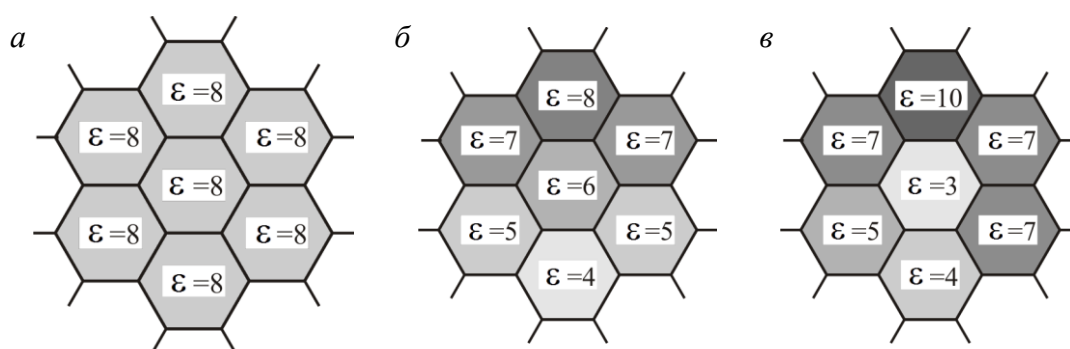


Рис. 3 – Варианты распределения фильтрационных свойств пород
 а – изотропное, б – линейно-анизотропное, в – мозаичное

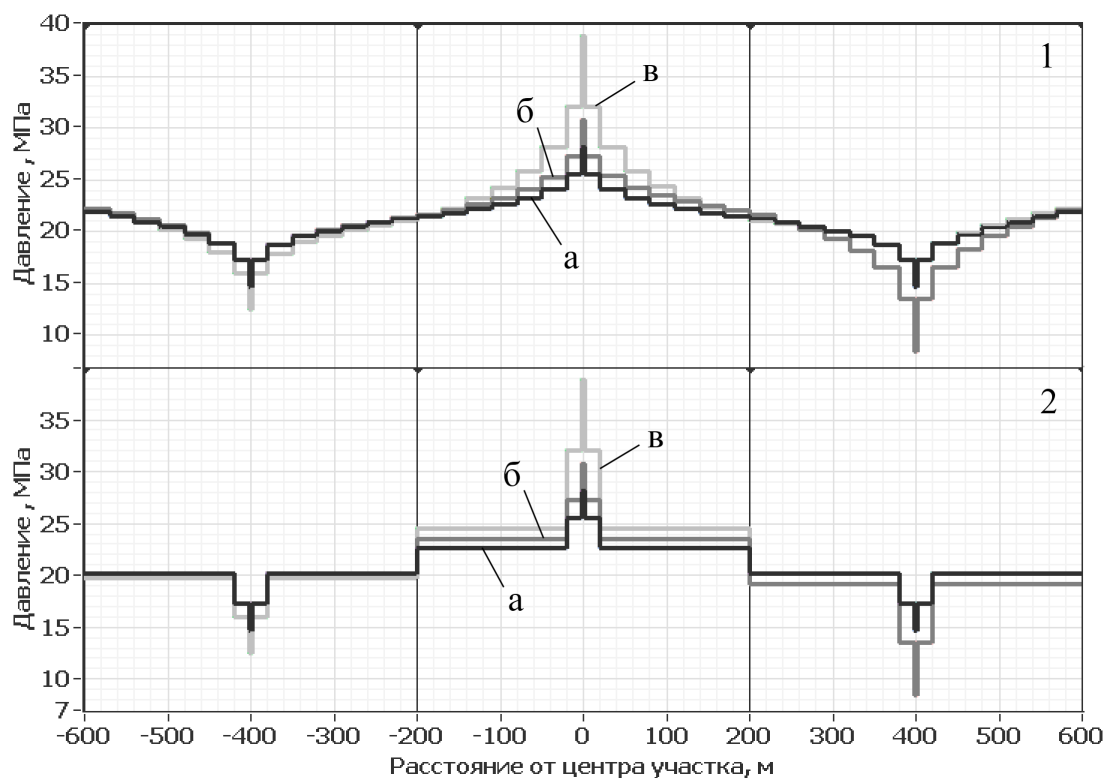


Рис. 4 – Распределение давлений:
 1– детальная модель, 2 – редуцированная

Осредненная гидродинамика полноразмерной модели центральной зоны и соответствующей редуцированной модели (при отключении нагнетания центральной зоны $q(1, t_1 = 1) = 0$ м³/сут и повторном включении $q(1, t_2 = 20) = -70$ м³/сут) приведена на рис. 5.

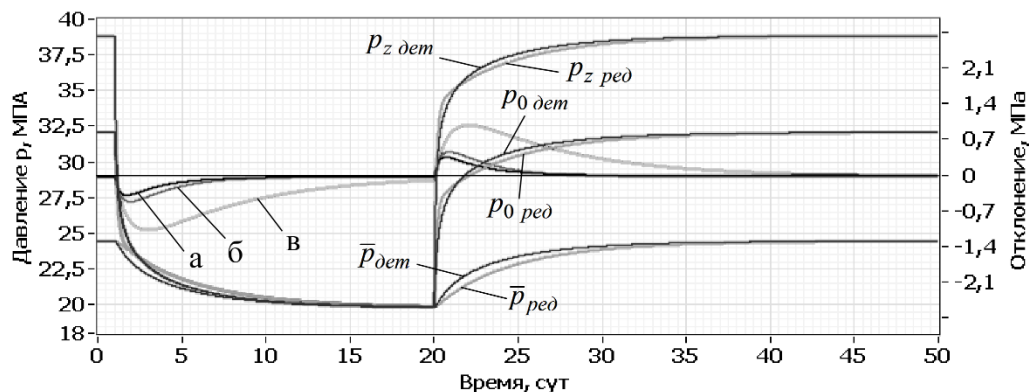


Рис. 5 – Типовые графики переходных процессов в центральной зоне детальной (*дет*) и редуцированной (*ред*) моделей и графики отклонений этих кривых для разных распределений фильтрационных свойств среды (согласно рис. 3, а, б, в)

Сравнительный анализ графиков возмущенного среднего для детальной и редуцированной моделей указывает на точное совпадение равновесных состояний (прямое следствие алгоритма редуцирования (3)), а максимальная ошибка динамики (в наихудшем случае), наблюдаемая при обработке короткого периода начала возмущений, не превышает 15 % от полной вариации равновесных состояний.

Следовательно, редуцированные модели, получаемые на основе приведенного правила, вполне корректно отражают осредненную динамику распределенных процессов в неоднородных средах, и более предпочтительны для решения обратных задач гидродинамики, чем модели, получаемые путем геометрического агрегирования.

Литература

1. Real-time Optimization Approach for 15,000 ESP Wells / Zdolnik S. et al. // SPE 112236. – 2008.
2. Naevdal G. Waterflooding using closed-loop control / G. Naevd, D.R. Brouwer, J.D. Jansen // Computational Geosciences. – 2006. - № 10. - P. 37 – 60.
3. Saputelli Lreal-time reservoir management: A multiscale adaptive optimization and control approach / L. Saputelli, M. Nikolaou, M.J. Economides // Computational Geosciences. - 2006. - № 10. - P. 61- 96.
4. Форсайт Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Форсайт, К. Молер – М.: Мир, 1969. - 168 с.
5. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. - 288 с.
6. Poznyak A.S. Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers. Deterministic Techniques / A.S. Poznyak. – S. l.: Elsevier Ltd, 2008. - 774 p.
7. Соловьёв И.Г. Ортогональное редуцирование модели в задаче идентификации фильтрационно-емкостных параметров нефтяных коллекторов / И.Г. Соловьёв, Р.В. Распопов // Математическое моделирование. - 2011. - № 2. - С. 96 – 106.
8. Kaleta M.P. Model-reduced gradient-based history matching / M.P. Kaleta // Computational Geosciences. - 2011. - № 15. – P. 35 – 53.
9. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азис, Э. Сеттари. – М.: Недра, 1982. – 408 с.
10. Ольшанский М.А. Лекции и упражнения по многосеточным методам / М.А.Ольшанский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 168 с.