УДК 622.271.332.624.13

Жабко Андрей Викторович

доцент кафедры маркшейдерского дела, кандидат технических наук, Уральский государственный горный университет 620144, г. Екатеринбург, Куйбышева 30, Тел.+79122192411, e-mail: <u>zhabkoav@mail.ru.</u>

ПОВЕРХНОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ НЕОДНОРОДНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ ОТКОСОВ

Аннотация:

В статье предлагается механический принцип для расчета устойчивости откосов. На его основе выстраивается теория расчета их устойчивости. Выводятся основные уравнения условия равновесия призмы смещения. Получены дифференциальные уравнения, определяющие геометрию потенциальной поверхности скольжения. Дается решение задачи на основе методов вариационного исчисления. Рассмотрены вопросы преломления поверхности скольжения в анизотропных горных массивах.

Ключевые слова: откос, условие равновесия, устойчивость, экстремум функционала, дифференциальное уравнение, поверхность скольжения, анизотропия, угол излома.

Zhabko Andrey Victorovich

associate professor, mine surveying department, candidate of engineering sciences The Urals State Mining University, 620144, Yekaterinburg, 30, Kuibyshev st. Tel. +79122192411, e-mail: <u>zhabkoav@mail.ru</u>

SURFACES OF SLIDING AND LIMIT PARAMETERS OF THE NON-UNIFORM AND ANISOTROPIC SLOPES

Abstract:

The article proposes a mechanical principle to calculate slopes' stability. The theory of calculation of their stability is based on it. The basic equations of conditions of a displacement prism equilibrium are derived. Differential equations that determine the geometry of a potential slip surface are received. The solution of the problem in terms of the methods of the variations calculus is given. The questions of slip surface refraction in anisotropic rock mass are discussed.

Key words: slope, equilibrium condition, stability, composite function extremum, differential equa-tion, slip surface, anisotropy, torsion angle.

Рассмотрим участок горного массива (призму смещения), который может смещаться по некоторой произвольной поверхности скольжения. Разобьем призму смещения на отсеки и предположим, что функция поверхности скольжения известна. Тогда система (призма смещения), состоящая из n отсеков имеет 2n степеней свободы, то есть каждый отсек может независимо перемещаться по площадке скольжения и вращаться относительно некоторой точки. Однако заметим, что вращение отдельных отсеков не влияет на устойчивость призмы смещения в целом, а приводит лишь к ее деформированию¹. Поэтому n степеней свободы, обусловленных вращением отсеков, можно исключить из рассмотрения. Если при смещении призмы отсеки взаимодействуют между собой, это свидетельствует о системе с удерживающими связями. Такой характер нарушения устойчивости будет иметь место тогда, когда нижерасположенные отсеки смогут перемещаться лишь под воздействием вышерасположенных. При выполнении последнего условия система будет иметь одну степень свободы, в качестве обобщенной координаты можно выбрать, например, горизонтальное смещение, одинаковое для всех отсеков.

Условие равновесия призмы смещения в общем виде определяется уравнением [1-3]:

$$\left[\gamma(\hat{y}-y)(y'-f) - C(1+y'^2) + (T'+fE')y'\right]dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0, \quad (1)$$

где γ – объемный вес горных пород; \hat{y}, y – функции линий откоса и поверхности скольжения, соответственно; y' – производная функции поверхности скольжения;

¹ Здесь речь идет о незначительных деформациях, которые не приведут к состоянию системы, резко отличной от той, для которой составлялось условие равновесия.

 T_0, E_0, T_1, E_1 – внешние касательные и нормальные реакции на вертикальных гранях призмы смещения, соответственно, слева и справа; $f = tg\phi - \kappa o \Rightarrow \phi \phi$ ициент внутреннего трения (тангенс угла внутреннего трения); C – сцепление массива горных пород; E', T' – соответственно, производные функций нормальной и касательной составляющих межблоковой реакции по аргументу.

При углах наклона поверхности скольжения, превышающих угол внутреннего трения ($\vartheta_i \ge \phi$), условие равновесия призмы смещения определяется уравнением

$$\int \left[\frac{\gamma(\hat{y}-y)(y'-f)-C(1+{y'}^2)}{1+{y'}^2}\right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0.$$
⁽²⁾

А для участков с углами наклона поверхности скольжения ($\vartheta_i < \varphi$) условие равновесия имеет вид:

$$\int \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + {y'}^2)}{1 + fy'} \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0.$$
(3)

Поверхность скольжения в массиве может зарождаться в однородных массивах вследствие действия гравитационных сил, может быть предопределена геологическим строением массива (тектоническими нарушениями, трещиноватостью различных рангов, слоистостью, сланцеватостью) или являться следствием их комбинации. Кроме того, из уравнений (2, 3) видно, что призма смещения может находиться в равновесии как в свободном состоянии, так и под действием внешних сил.

Определим пределы применимости функционала (2). Дело в том, что для присутствия межблоковых связей необходимо, чтобы вышерасположенный (вдоль поверхности скольжения) отсек имел большую энергию, чем нижерасположенный. Для выполнения этого требования необходимо

$$\frac{dF}{dx} > 0$$

где F – подынтегральное выражение функционала (2).

Считая высоты смежных отсеков равными, получаем следующее неравенство:

$$\frac{dF}{dx} = y'' \left(1 + 2fy' - {y'}^2 \right) > 0, \qquad (4)$$

где *у*["] – вторая производная функции поверхности скольжения по *x*.

Учитывая, что функция поверхности скольжения вогнутая, определяем максимально возможное значение производной функции поверхности скольжения, определяемое функционалом (2). Таким образом, согласно неравенству (4), максимальный угол наклона зарождающейся поверхности скольжения (в предельном равновесии) не может превышать величины $\vartheta_i \leq \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Однако если поверхность скольжения предопреде-

лена геологическим строением массива, а угол поверхности ослабления превышает предельный, то в этом случае межблоковые связи (реакции) не совершают работу по перемещению. Это же относится к выпуклой поверхности скольжения. Поэтому при использовании функционала (1) условие равновесия будет иметь вид:

$$\int \left[\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0.$$
(5)

Таким образом, функционалами (2, 3, 5) описываются условия равновесия по произвольной поверхности скольжения.

Рассмотрим анизотропный откос. Под анизотропией в общем случае будем понимать систему поверхностей ослабления с характеристиками паспорта прочности C' и $f' = tg\phi'$, как правило, меньшими, чем показатели прочности массива C и ϕ . Рассмотрим вначале произвольный плоский откос, разрушение которого произойдет по поверхности скольжения, полностью совпадающей с плоской поверхностью ослабления (рис. 1). Очевидно, из постановки задачи имеем условие $\alpha > \beta$. Если $\beta < \varphi'$, то разрушение откоса произойти не может, поэтому будем исходить из неравенства $\beta > \varphi'$.

Поместим начало прямоугольной системы координат в точку выхода поверхности ослабления в откос, тогда условие равновесия будет иметь вид [1, 2]:

$$\int_{0}^{H \operatorname{ctg}\alpha} \left[\frac{\gamma(kx - \operatorname{tg}\beta x)(\operatorname{tg}\beta - f')}{1 + \operatorname{tg}^{2}\beta} - C' \right] dx + \int_{H \operatorname{ctg}\alpha}^{H \operatorname{ctg}\alpha + a} \left[\frac{\gamma(H - \operatorname{tg}\beta x)(\operatorname{tg}\beta - f')}{1 + \operatorname{tg}^{2}\beta} - C' \right] dx = 0,$$

откуда предельная высота откоса выразится зависимостью [1, 2]:

$$H = h' \frac{\mathrm{tg}\alpha + \sqrt{\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}}{\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta} = \frac{h'}{1 - \sqrt{\mathrm{ctg}\alpha\mathrm{tg}\beta}}.$$
 (6)



Рис. 1 – Схема к расчету предельных параметров анизотропного откоса

Формула (6) рекомендуется Правилами [4] и получена из условий геометрической статики. Однако, как показано выше, она является следствием более общего уравнения. Заметим, что в случае, когда $\beta > \pi/4 + \varphi'/2$, в качестве условия равновесия необходимо использовать функционал (5), который также приводит к формуле (6).

Рассмотрим теперь более общий случай потери устойчивости анизотропного откоса и методику определения его предельных параметров (рис. 2). В этом случае поверхность скольжения может частично совпадать с поверхностями анизотропии и проходить вкрест ее, подобно поверхности в однородном откосе. В этом случае условие равновесия, а также угол излома θ существенно зависят от координат точек излома, угла падения поверхностей ослабления, а также от физико-механических свойств пород вдоль плоскостей анизотропии и вкрест ее.

Ограничимся рассмотрением следующей расчетной схемы. Пусть в массиве имеются плоские поверхности ослабления, падающие в сторону выработанного пространства под углом $\beta > \phi'$ к оси *x*. В этом случае поверхность скольжения может частично совпадать с поверхностями ослабления.



Рис. 2 – Поверхность скольжения в анизотропном откосе

Необходимо определить условие в точке пересечения этих поверхностей с криволинейной частью поверхности скольжения, построенной для изотропной части массива на участке $\vartheta > \varphi$. Предположим, что найдется такой параметр n > 0, одинаковый для всех отсеков, и, если на него разделить величину сцепления (или умножить объемный вес), условие предельного равновесия будет выполняться в каждой точке поверхности скольжения. Поместим начало системы координат в точку пересечения поверхности скольжения с откосом и, используя функционал (2), получим следующую задачу вариационного исчисления:

$$\int_{x_{1}}^{x_{0}} \frac{(\hat{y} - y)(y' - f) - \lambda(1 + {y'}^{2})}{1 + {y'}^{2}} dx + \int_{x_{0}}^{x_{2}} \frac{(\hat{y} - \mathrm{tg}\beta x - g)(\mathrm{tg}\beta - f') - \lambda'(1 + \mathrm{tg}^{2}\beta)}{1 + \mathrm{tg}^{2}\beta} dx \to \mathrm{extr}, \quad (7)$$

где *g* – постоянная; $\lambda = C / \gamma n$, $\lambda' = C' / \gamma n$ – заведомо неизвестные параметры, определяющие предельную высоту откоса (очевидно, $\lambda' = (C' / C)\lambda$).

Условие в точке излома поверхности скольжения имеет вид:

$$F_1 + (\Phi' - y_1')F_{1y_1'} = F_2 + (\Phi' - y_2')F_{2y_2'},$$
(8)

где F_1 , F_2 – подынтегральные выражения слагаемых (7); $F_{1y'_1}$, $F_{2y'_2}$ – частные производные подынтегральных выражений по производной функции поверхности скольжения; Φ' – производная функции, по которой перемещается точка разрыва (поверхность ослабления).

Условие (8) запишется так:

$$\frac{\mathrm{tg}\psi - \mathrm{tg}\varphi}{1 + \mathrm{tg}^{2}\psi} - \frac{\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\varphi'}{1 + \mathrm{tg}^{2}\beta} + (\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\psi)\frac{1 + 2\mathrm{tg}\varphi\mathrm{tg}\psi - \mathrm{tg}^{2}\psi}{\left(1 + \mathrm{tg}^{2}\psi\right)^{2}} = \frac{\lambda - \lambda'}{h},\tag{9}$$

где ψ – угол наклона поверхности скольжения к оси *x* (к горизонту) в точке преломления; *h* – глубина точки излома (расстояние по вертикали от поверхности откоса или бермы до точки излома).

Рассмотрим задачу о преломлении поверхности скольжения вследствие ее перехода в литологический слой с иными механическими характеристиками. Аналогом поставленной задачи является задача о преломлении луча света на границе сред с разными оптическими плотностями в постановке принципа Ферма (1660 г.). Примем $\psi > \phi$ – угол наклона поверхности скольжения к оси *x* до преломления; β – угол наклона контакта литологических слоев к оси x; $\omega > \varphi' - угол наклона поверхности скольжения к оси <math>x$ после преломления (слой с параметром λ'); C', $\varphi' -$ механические характеристики литологического слоя, в который переходит поверхность скольжения. Составляя выражения, подобные (7) и (8), с использованием функционала (2), получим уравнение:

$$\frac{\mathrm{tg}\psi-\mathrm{tg}\phi}{1+\mathrm{tg}^{2}\psi} - \frac{\mathrm{tg}\omega-\mathrm{tg}\phi'}{1+\mathrm{tg}^{2}\omega} + (\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\psi)\frac{1+2\mathrm{tg}\phi\mathrm{tg}\psi-\mathrm{tg}^{2}\psi}{\left(1+\mathrm{tg}^{2}\psi\right)^{2}} - (\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\omega)\frac{1+2\mathrm{tg}\phi'\mathrm{tg}\omega-\mathrm{tg}^{2}\omega}{\left(1+\mathrm{tg}^{2}\omega\right)^{2}} = \frac{\lambda-\lambda'}{h} \quad . \tag{10}$$

Анализируя условие (10), замечаем, что в случае C = C', $\varphi = \varphi'$, преломления поверхности скольжения не происходит, то есть $\psi = \omega$. Кроме того, очевидно, что поверхность скольжения не может после преломления вернуться в первоначальный литологический слой, то есть предельным значением угла ω является угол β . В этом случае скольжение произойдет по параллельной или совпадающей с контактом поверхности. Положив в уравнении (10) $\omega = \beta$, получим условие (9).

Рассмотрим пример расчета неоднородного откоса. Требуется определить предельную высоту откоса *H*, состоящего из двух горизонтально залегающих слоев ($\beta = 0^{\circ}$), верхний слой имеет мощность, равную 1/3H, при следующих условиях (нумерация слоев снизу): $\alpha = 40^{\circ}$; $\gamma = \gamma_1 = 2,5 \text{ т/m}^3$; $C_1 = 2 \text{ т/m}^2$; $C = 10 \text{ т/m}^2$; $\varphi_1 = 25^{\circ}$; $\varphi = 30^{\circ}$.

Предположим, что в точке излома поверхности скольжения выполняются условия $\psi > \varphi$, $\omega > \varphi_1$, а абсцисса точки излома x_0 находится под откосом. Тогда уравнения поверхности скольжения в нижнем слое имеют вид [3]:

$$kx - y_1 = \lambda \frac{(kf - 1)y_1'^2 + 2(k + f)y_1' + 1 - kf}{fy_1'^2 - 2f^2y_1' + k - f + kf^2} \equiv \lambda \eta_1(p), \qquad -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \varphi}{2}\right) \le y_1' \le \operatorname{tg}\varphi$$

$$kx - y_2 = \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv \lambda \eta_2(p), \qquad y_2' > \operatorname{tg}\varphi,$$

где $\eta(p)$ – некоторая функция параметра $p \equiv y'$.

Произвольная постоянная для первого уравнения получена из условия трансверсальности на пересечении поверхности скольжения с откосом, а для второго – из условия равенства производных в точке $y'_1 = y'_2 = tg\phi$.

Уравнение поверхности скольжения под откосом после преломления имеет вид [3]:

$$kx - y_3 = (\lambda_1 + d_1) \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - (k + 3f_1)y_3'^2 + 2kf_1y_3' + k - f_1} \equiv (\lambda_1 + d_1)\eta_3(p).$$

Для определения углов поверхности скольжения по обе стороны от точки излома, абсциссы и глубины точки излома h, а также параметра $\lambda_1 + d_1$ составляем условия:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{tg} \psi - \mathrm{tg} \phi}{1 + \mathrm{tg}^2 \psi} &- \frac{\mathrm{tg} \omega - \mathrm{tg} \phi_1}{1 + \mathrm{tg}^2 \omega} + (\mathrm{tg} \beta - \mathrm{tg} \psi) \frac{1 + 2\mathrm{tg} \phi \mathrm{tg} \psi - \mathrm{tg}^2 \psi}{\left(1 + \mathrm{tg}^2 \psi\right)^2} - (\mathrm{tg} \beta - \mathrm{tg} \omega) \frac{1 + 2\mathrm{tg} \phi_1 \mathrm{tg} \omega - \mathrm{tg}^2 \omega}{\left(1 + \mathrm{tg}^2 \omega\right)^2} = \frac{\lambda \left(1 - \frac{C_1}{C}\right)}{h}, \\ h &= (\lambda_1 + d_1) \frac{\left(1 + \mathrm{tg}^2 \omega\right)^2}{2\mathrm{tg}^3 \omega - (k + 3f_1)\mathrm{tg}^2 \omega + 2kf_1\mathrm{tg} \omega + k - f_1}, \\ h &= \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{\left(1 + \mathrm{tg}^2 \psi\right)^2}{2\mathrm{tg}^3 \psi - (k + 3f)\mathrm{tg}^2 \psi + 2kf\mathrm{tg} \psi + k - f}, \\ x_0 &= \frac{h + 2H/3}{k}, \end{aligned}$$

$$\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\varphi} \frac{\lambda\eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\varphi}^{\operatorname{tg}\psi} \frac{\lambda\eta_2'(p)}{k-p} dp = x_0,$$

где $\eta'(p)$ – производная функции по параметру p.

Уравнение поверхности скольжения под бермой имеет вид [2]:

$$H - y_4 = \frac{C_1}{\gamma} \frac{\left(1 + {y'_4}^2\right)^2}{2{y'_4}^3 - 3f_1{y'_4}^2 - f_1}.$$

Производную поверхности скольжения на границе участков откоса и бермы *b* определяем из условия отсутствия ее излома:

$$(\lambda_1 + d_1) \frac{(1+b^2)^2}{2b^3 - (k+3f_1)b^2 + 2kf_1b + k - f_1} = \frac{C_1}{\gamma} \frac{(1+b^2)^2}{2b^3 - 3f_1b^2 - f_1}.$$

И, наконец, система уравнений, требующая выполнения условия предельного равновесия и осуществляющая связь λ и *H* :

$$\begin{cases} \int_{tg\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{tg\varphi} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+fp}\lambda\eta_{1}(p) - \frac{C(1+p^{2})}{1+fp}\right] \frac{\lambda\eta_{1}'(p)}{k-p}dp + \int_{tg\varphi}^{tg\varphi} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+p^{2}}\lambda\eta_{2}(p) - C\right] \frac{\lambda\eta_{2}'(p)}{k-p}dp + \\ + \int_{tg\omega}^{b} \left[\frac{\gamma(p-f_{1})}{1+p^{2}}(\lambda_{1}+d_{1})\eta_{3}(p) - C_{1}\right] \frac{(\lambda_{1}+d_{1})\eta_{3}'(p)}{k-p}dp + \frac{C_{1}^{2}}{\gamma} \int_{b}^{tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)} \left[\frac{(p-f_{1})}{1+p^{2}}\eta_{4}(p) - 1\right] \frac{\eta_{4}'(p)}{-p}dp = 0 \\ \int_{tg\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{tg\varphi} \frac{\lambda\eta_{1}'(p)}{k-p}dp + \int_{tg\varphi}^{tg\varphi} \frac{\lambda\eta_{2}'(p)}{k-p}dp + \int_{tg\omega}^{b} \frac{(\lambda_{1}+d_{1})\eta_{3}'(p)}{k-p}dp = \frac{H}{k} \end{cases}$$

Данных уравнений достаточно для определения всех неизвестных.

Рассмотрим пример расчета анизотропного откоса. Требуется определить предельную высоту откоса *H*, имеющего поверхность ослабления, выходящую в его основание под углом $\beta = 20^{\circ}$. Физико-механические характеристики пород и поверхности ослабления: $\gamma = 2,5 \text{ т/m}^3$; $C' = 5 \text{ т/m}^2$; $C = 10 \text{ т/m}^2$; $\phi' = 15^{\circ}$; $\phi = 30^{\circ}$, угол откоса $\alpha = 40^{\circ}$.

Предположим, что угол наклона криволинейной части поверхности скольжения в точке преломления поверхности скольжения $\psi > \varphi$ и точка преломления находятся под откосом, тогда ее форма описывается уравнениями [2, 3]:

$$kx - y_2 = (\lambda + d) \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv (\lambda + d)\eta_2(p), \quad y_2' > \mathrm{tg}\varphi, \text{ откос}$$

$$H - y_3 = \frac{C}{\gamma} \frac{\left(1 + {y'_3}^2\right)^2}{2{y'_3}^3 - 3f{y'_3}^2 - f} \equiv \frac{C}{\gamma} \eta_3(p), \qquad \qquad \text{tg}\varphi < y'_3 \le \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \text{ берма}$$

Тангенс угла наклона поверхности скольжения в точке стыка откоса и бермы *b* определится из уравнения:

$$(\lambda+d)\frac{(1+b^2)^2}{2b^3-(k+3f)b^2+2kfb+k-f} = \frac{C}{\gamma}\frac{(1+b^2)^2}{2b^3-3fb^2-f}.$$

Условие в точке стыка имеет вид (9):

$$\frac{\mathrm{tg}\psi-\mathrm{tg}\phi}{1+\mathrm{tg}^{2}\psi}-\frac{\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\phi'}{1+\mathrm{tg}^{2}\beta}+(\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\psi)\frac{1+2\mathrm{tg}\phi\mathrm{tg}\psi-\mathrm{tg}^{2}\psi}{\left(1+\mathrm{tg}^{2}\psi\right)^{2}}=\frac{\lambda-\lambda'}{h}$$

Высота точки излома выражается уравнениями:

$$h = (\lambda + d) \frac{(1 + \mathrm{tg}^2 \psi)^2}{2\mathrm{tg}^3 \psi - (k + 3f)\mathrm{tg}^2 \psi + 2kf\mathrm{tg}\psi + k - f}$$
$$h = (k - \mathrm{tg}\beta)x_0.$$

Абсцисса точки излома:

c

$$\frac{H}{k} - \int_{\mathrm{tg}\psi}^{b} \frac{(\lambda+d)\eta_{2}'(p)}{k-p} dp = x_{0},$$

где $\eta'_2(p)$ – производная функции по параметру p.

Система уравнений для определения $\lambda + d$ и H:

$$\begin{cases} \sum_{0}^{x_{0}} \frac{\gamma(kx - \mathrm{tg}\beta x)(\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\varphi') - C'(1 + \mathrm{tg}^{2}\beta)}{(1 + \mathrm{tg}^{2}\beta)} dx + \int_{\mathrm{tg}\psi}^{b} \left[\frac{p - f}{1 + p^{2}} (\lambda + d)\gamma\eta_{2}(p) - C \right] \frac{(\lambda + d)\eta_{2}'(p)}{k - p} dp + \\ + \frac{C^{2}}{\gamma} \int_{b}^{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \left[\frac{p - f}{1 + p^{2}} \eta_{3}(p) - 1 \right] \frac{\eta_{3}'(p)}{-p} dp = 0, \\ \mathrm{tg}\beta x_{0} + \int_{\mathrm{tg}\psi}^{b} \frac{(\lambda + d)\eta_{2}'(p)}{k - p} p dp + \int_{b}^{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} - \frac{C}{\gamma} \eta_{3}'(p) dp + \frac{2C}{\gamma} \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = H. \end{cases}$$

Данных уравнений достаточно для определения всех неизвестных.

На рис. 3 показаны потенциальные поверхности скольжения и предельные параметры неоднородного и анизотропного откосов для рассмотренных выше примеров.

В заключение отметим, что уравнениями (9, 10) не исчерпываются все условия в точках излома, которые могут иметь место при решении задач для неоднородных и анизотропных откосов. Подобные условия находятся аналогично с применением уравнения (8) и использованием соответствующих функционалов (2, 3, 5), описывающих условия равновесия для конкретных углов наклона поверхностей скольжения и ослабления.



Рис. 3 – Примеры расчета неоднородного (а) и анизотропного (б) откосов

Литература

1. Жабко А.В. Расчет устойчивости откосов / А.В. Жабко // Маркшейдерия и недропользование. – 2011. – № 5. – С. 37 - 39.

2. Жабко А.В. Теория расчета устойчивости оснований и откосов / А.В. Жабко // Известия Уральского государственного горного университета. – 2011. – № 25 – 26. – С. 59 - 65.

3. Жабко А.В. Предельные параметры плоских однородных откосов / А.В.Жабко // Изв. вузов. Горный журнал. – 2012. – № 6. – С. 22 - 25.

4. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах. – Спб., 1998. – 208 с. (Минтопэнерго РФ. РАН. Гос. НИИ горн. геомех. и маркшейд. дела – Межотраслевой науч. центр ВНИМИ).