

УДК 622.646

**Смирнов Алексей Алексеевич**  
кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник  
лаборатории подземной геотехнологии,  
Институт горного дела УрО РАН,  
620075, г. Екатеринбург,  
ул. Мамина-Сибиряка, 58,  
e-mail: [geotech@igduran.ru](mailto:geotech@igduran.ru)

**Барановский Кирилл Васильевич**  
кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник  
лаборатории подземной геотехнологии,  
Институт горного дела УрО РАН,  
e-mail: [kartingist@list.ru](mailto:kartingist@list.ru)

### **КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПОЛОЖЕНИЙ ПО ВЫПУСКУ РУДЫ ПОД ОБРУШЕННЫМИ ПОРОДАМИ\***

*Аннотация:*

*Для подземной отработки месторождений относительно бедных руд эффективной выглядит низкокзатратная и высокопроизводительная технология этажного и подэтажного обрушения с выпуском руды под обрушенными налегающими породами и широким использованием самоходной техники. При этом первостепенной задачей является определение оптимальных параметров расположения выработок выпуска с учетом противоречивых требований устойчивости этих выработок и получения достаточно высоких показателей извлечения руды из недр. На первом этапе решения этой задачи необходимо рассмотреть адекватность используемых сейчас теоретических представлений и методик расчета выпуска руды под обрушенными породами, что и является целью настоящей статьи. Анализом установлено, что повсеместно применяемая методика расчета показателей извлечения руды при выпуске ее под обрушенными породами, основанная на представлении о фигуре выпуска как «эллипсоиде вращения», не отражает реальных закономерностей истечения руды из выпускного отверстия и может быть использована только при соблюдении определенных ограничивающих условий. Для успешного применения систем с массовым обрушением необходима разработка инженерных методов расчета оптимальных режимов выпуска руды на основе современных представлений об этом процессе.*

*Ключевые слова:* месторождение, показатели извлечения, методики, выпуск руды, эллипсоид вращения, сыпучие материалы, потери, разубоживание.

DOI: 10.25635/2313-1586.2022.03.136

**Smirnov Alexey A.**  
Candidate of Technical Sciences,  
Senior Researcher,  
Laboratory of underground geotechnology,  
Institute of Mining, Ural Branch of RAS,  
620075 Ekaterinburg, 58 Mamina-Sibiryaka Str.  
e-mail: [geotech@igduran.ru](mailto:geotech@igduran.ru)

**Baranovsky Kirill V.**  
Candidate of Technical Sciences,  
Senior Researcher,  
Laboratory of underground geotechnology,  
Institute of Mining, Ural Branch of RAS  
e-mail: [kartingist@list.ru](mailto:kartingist@list.ru)

### **CRITICAL ANALYSIS OF THEORETICAL PROVISIONS ON THE PRODUCTION OF ORE UNDER CAVED ROCKS**

*Abstract:*

*For underground mining of deposits of relatively poor ores, the low-cost and high-performance technology of stage and sublevel caving with the release of ore under the collapsed overlying rocks with the widespread use of self-propelled equipment looks effective. In this case, the primary task is to determine the optimal parameters for the location of the outlet workings based on meeting the conflicting requirements for the stability of these workings and the obtaining sufficiently high rates of ore extraction from the bowels. At the first stage of solving this problem, it is necessary to consider the adequacy of the currently used theoretical concepts and methods for calculating the output of ore under collapsed rocks, which is the purpose of this article. The analysis has established that the widely used method for calculating ore recovery rates when tapping it under collapsed rocks, based on the concept of the tapping figure as an "ellipsoid of revolution", does not reflect the real patterns of ore outflow from the outlet and can only be used, if certain limiting conditions are met. For the successful application of systems with massive caving, it is necessary to develop engineering methods for calculating the optimal modes of ore production based on modern ideas about the flow of bulk materials in cramped conditions.*

*Key words:* deposit, extraction indicators, techniques, ore output, ellipsoid of revolution, bulk materials, losses, dilution.

\* Исследования выполнены в рамках Госзадания №075-00412-22 ПП, тема 1 (2022-2024), (FUWE-2022-0005), пер. №1021062010531-8-1.5.1.

## Введение

В связи с обработкой большинства отечественных месторождений богатых руд черных и цветных металлов возникает острая необходимость в расширении их минерально-сырьевой базы за счет вовлечения в эксплуатацию бедных руд со значительным повышением объема их добычи. Для подземной обработки запасов таких месторождений наиболее эффективной выглядит низкочатратная и высокопроизводительная технология этажного и подэтажного обрушения с выпуском руды под обрушенными налегающими породами. Однако данная технология характеризуется низкими показателями полноты и качества извлечения руды – потери и разубоживание составляют 25 – 30 % и более, что не соответствует основному принципу рационального использования и охраны недр, заключающемуся в обеспечении наиболее полного извлечения природных ресурсов из недр.

Современной практикой подземной технологии является повсеместное применение самоходной техники, обеспечивающей большую производительность и полную механизацию горных работ, но в то же время и требующую обеспечения большого сечения и устойчивости погрузо-доставочных выработок. Поэтому первостепенной задачей является определение оптимальных параметров расположения выработок выпуска с учетом противоречивых требований устойчивости этих выработок и получения достаточно высоких показателей извлечения руды из недр. На первом этапе решения этой задачи необходимо рассмотреть адекватность используемых сейчас теоретических представлений и методик расчета выпуска руды под обрушенными породами, что и является целью настоящей статьи.

Первые исследования процесса выпуска руды были проведены С.И. Минаевым [1], который предположил, что истечение сыпучего материала из одиночного отверстия происходит из объемов, близких к эллипсоидам вращения. Данное положение было развито Г.М. Малаховым, В.В. Куликовым, которыми были разработаны теоретические положения на основе представления о фигуре выпуска руды в виде *эллипсоида вращения* и разработаны методические положения по расчету показателей полноты и качества извлечения запасов из недр [2, 3]. Данные положения были дополнены трудами других исследователей применительно как к площадному выпуску, так и к торцевому [4 – 6]. Сходные представления о закономерностях выпуска руды получены и зарубежными исследователями [7 – 12].

Достаточно простой математический аппарат расчета показателей извлечения руды, основанный на *теории эллипсоидов* [2, 3], является основной причиной, по которой данные методические положения используются в большинстве случаев определения параметров систем с обрушением, в том числе и в нормативных документах. Десятилетия применения теории эллипсоидов привели к тому, что критическое отношение к ней несколько атрофировалось, и она используется во всех случаях выпуска руды под обрушенными породами, несмотря на область ее возможного применения и существенные ограничения.

### *Результаты исследований*

Положения теории выпуска руды основаны на результатах физического моделирования процесса свободного истечения сыпучих материалов через выпускное отверстие. Парадокс состоит в том, что ни в одном случае многочисленных физических экспериментов фигуры выпуска в виде эллипсоида вращения не фиксируются. Кстати, о наблюдении других форм фигур выпуска говорится и в книге Г.М. Малахова [2]. Заметные отличия процесса выпуска руды от положений Г.М. Малахова отмечают многие исследователи [13 – 16]. Подобные соображения заставили нас критически отнестись к общепринятым методам расчета выпуска руды и, в первую очередь, более подробно рассмотреть результаты исследований Г.М. Малахова и В.В. Куликова.

Исследования Г.М. Малахова проведены применительно к выпуску железных руд Кривого Рога, где он выделяет две категории обрушенных руд:

- кусковая с преобладанием (до 90 %) фракции +5 мм;
- мелкая с преобладанием фракции (50 – 60 %) мелочи –5 мм.

В качестве основной расчетной фигуры выпуска принимается эллипсоид вращения с большой ( $a$ ) и малой полуосью ( $b$ ). Параметры выпуска определяются соотношением между полуосями или степенью вытянутости эллипсоида, в качестве которого принят эксцентриситет эллипсоида:

$$\varepsilon = (a^2 - b^2)^{0.5}/a. \quad (1)$$

Для расчетов показателей выпуска Малахов предлагает конкретные эмпирические коэффициенты:

- для кусковатых руд

$$a = 0,51 h, b = 0,1515 h + 0,5 d, \quad (2)$$

- объем эллипсоида

$$Q = (h : 2,73 + 0,85d)^3; \quad (3)$$

- для мелких руд

$$a = 0,512 h, b = 0,07 h + 0,5 d, \quad (4)$$

- объем эллипсоида

$$Q = (h : 4,62 + d)^3, \quad (5)$$

где  $d$  – ширина выпускного отверстия, м;

$h$  – высота эллипсоида, м.

Эксцентриситет эллипсоида зависит от сыпучих свойств обрушенной руды, причем если  $\varepsilon$  стремится к единице, эллипсоид вытягивается. Степень сыпучести материала зависит от коэффициента разрыхления, крупности и формы кусков руды, гранулометрического состава, механических свойств и т.д. При этом при увеличении сыпучести коэффициент вытянутости эллипсоида ( $m = a / b$ ) уменьшается. По Малахову по мере увеличения  $h$  коэффициент вытянутости растет.

Следует сравнить методические подходы Малахова Г.М. и Куликова В.В. Оба исследователя в качестве основной расчетной фигуры выпуска принимают эллипсоид вращения с большой  $a$  и малой полуосью  $b$ . Параметры выпуска определяются соотношением между полуосями или степенью вытянутости эллипсоида, в качестве которого Малахов принимает эксцентриситет эллипсоида, а Куликов – радиус кривизны вершины эллипсоида  $p$ . Математически между этими величинами существует тесная связь:

$$p = a (1 - \varepsilon). \quad (6)$$

По Куликову В.В. [3] радиус  $p$  представляется как показатель сыпучести рудной массы, ширина эллипсоида

$$2b = 2 \sqrt{(0,5h p)}, \text{ м}, \quad (7)$$

где  $h$  – высота эллипсоида ( $2a$ ), м;

$p$  – показатель сыпучести, м.

Объем эллипсоида

$$Q = \pi p h^2/3, \text{ м}^3. \quad (8)$$

По Куликову показатель сыпучести  $p$  является основным показателем сыпучих свойств материала, определяющим параметры его истечения.

Принципиальное отличие между методиками состоит в том, что по Малахову сыпучие свойства обрушенной руды определяются функцией  $f(h, \varepsilon)$ , т.е. зависят от высоты эллипсоида, по Куликову – только показателем сыпучести, т.е. не зависят от высоты эллипсоида. Это противоречие нивелируется, если принять условие, что методика Куликова применима при  $h \geq 40 - 50$  м. По Малахову зависимость эксцентриситета от высоты  $h$  выстраивается (с. 45 рис. 10 [2]) и с практически приемлемой точностью методика Куликова позволяет получить схожие результаты.

По Малахову для кусковатых руд при  $h = 40$  м,  $d = 2$  м,  $a = 20,2$  м,  $b = 7,1$  м,  $\varepsilon = 0,9354$ ,  $p = 1,3$  м.

Как показывают исследования [17], для кусковатых скальных руд показатель сыпучести с достаточной точностью определяется по выражению

$$p = 1,5K_p - 1,25, \quad (9)$$

где  $K_p$  – коэффициент разрыхления выпускаемой руды.

Следует иметь в виду, что в первоначальный период выпуска происходит вторичное разрыхление выпускаемой руды и вне зависимости от первоначального коэффициента разрыхления отбитой руды параметры эллипсоида выпуска определяются степенью разрыхления выпускаемой руды, который по Малахову равен 1,6 – 1,7. В таком случае  $p = 1,25$  м. То есть для принятых параметров показатели сыпучести, полученные по двум методикам, фактически одинаковы, что позволяет говорить о адекватности методики Куликова при расчете параметров эллипсоидов выпуска при достаточно большой высоте слоя выпускаемой руды.

Другое отличие методик заключается в том, что Куликов не учитывает размеры выпускного отверстия, принимая допущение о малом влиянии этой величины на результаты расчетов при значительной высоте выпускаемого слоя. Выводом из этого является то, что критическая высота, т. е. высота, на которой пересекаются потоки из смежных выпускных отверстий, по Куликову определяется высотой касания смежных эллипсоидов выпуска и равна

$$h_{кр} = l^2 / 4p, \text{ м}, \quad (10)$$

где  $l$  – расстояние между осями выпускных отверстий, м.

По Малахову критическая высота определяется по эмпирической формуле

$$h_{кр} = k_{кр} (l - d), \text{ м}, \quad (11)$$

где  $d$  – ширина выпускного отверстия, м;

$k_{кр}$  – эмпирический коэффициент, равный 7,2 для мелких, 3,3 для кусковых руд.

Несмотря на достаточную простоту теории эллипсоидов и соответствующий развитый математический аппарат расчетов параметров выпуска, приложение этой теории к конкретным условиям вызывает затруднения вследствие отсутствия объективного показателя сыпучих свойств материала. Этот показатель должен определять основной параметр эллипсоида выпуска, а именно степень его вытянутости.

По Малахову таким показателем является эксцентриситет эллипсоида, но он зависит не только от свойств материала, но и от высоты эллипсоида, которая является определяемым параметром. Поэтому для расчетов Малахов предлагает ряд эмпирических коэффициентов (*см. выше*) для двух типов руд: мелких и кусковых. Для конкретных условий значение эмпирических коэффициентов находится между этими крайними значениями.

Зависимости, предложенные Куликовым, более просты и основаны на использовании только показателя сыпучести. Однако и этот показатель отражает не только сыпучие свойства материала, но и условия выпуска. Так, физическим моделированием процесса выпуска руды, проведенном в Свердловском горном институте [18, 19], установлено, что показатель сыпучести растет с увеличением высоты выпускаемого слоя руды и с увеличением степени ее разрыхления. К подобным выводам приходит и Д.Г. Малофеев [20].

Большинство отбитых руд, для выпуска которых используются положения теории эллипсоидов, можно отнести к кусковатым с содержанием мелочи 20 – 25 %. Малахов для криворожских руд (табл. 10 с. 43[2]) приводит величину эксцентриситета при высоте слоя руды более 20 м в пределах 0,950 – 0,985, что соответствует показателю сыпучести 1,0 – 0,45. Подобные данные приведены и Куликовым (табл. П2, с. 292 [3]). Показатель сыпучести математически является радиусом вершины эллипсоида выпуска, т. е. определяет размеры свода фигуры выпуска, который должен периодически обрушаться для обеспечения истечения руды. При средней кусковатости отбитой руды около 0,15 м свод с основанием 2 м и стрелой 1 м (или меньше) будет достаточно устойчивым, а следовательно, показатель сыпучести для осуществления процесса свободного истечения руды

в реальных условиях должен быть существенно выше. По приведенной выше зависимости (9) показатель сыпучести находится в интервале  $0,7 - 1,3$  м.

Показатель сыпучести, определенный на основании физического моделирования, у различных исследователей обычно находится в пределах  $0,6 - 2,5$  м, однако удовлетворительной методики приведения этого показателя к реальным условиям нет.

Проведенный анализ показал, что как представление фигуры выпуска в виде эллипсоида, так и основанные на этом представлении методические положения расчета параметров выпуска не отражают реальных процессов истечения обрушенных руд под налегающими породами. Между тем следует объяснить, почему данные положения много лет достаточно успешно использовались для расчета параметров систем разработки с массовым обрушением руды.

Данная методика применялась в условиях скреперной доставки руды, когда расстояния между смежными выпускными отверстиями (по осям) составляли  $5 - 7$  м. При высоте слоя выпускаемой руды  $40$  и более метров размеры рассчитанных эллипсоидов полностью перекрывали всю площадь выпуска, а критическая высота, ниже которой взаимовлияние выпуска из смежных отверстий прекращалось, составляла около  $10$  м. В этих условиях на основе теории эллипсоидов при простом математическом аппарате можно было достаточно адекватно рассчитать показатели извлечения руды и оптимальные параметры днища блока и в целом параметры системы разработки.

При скреперной доставке руды, т. е. при одновременном выпуске из нескольких дучек, проконтролировать объемы выпуска из каждого отдельного выпускного отверстия практически невозможно. Поэтому наиболее оптимальный равномерный выпуск руды из всех дучек при скреперной доставке неосуществим, в том числе и по субъективным обстоятельствам: как скреперисты, так и горный надзор заинтересованы прежде всего в выполнении плана добычи, а не в равномерности выпуска руды. Однако это обстоятельство действует до определенной границы: в целом при достаточно больших объемах руды основная ее часть извлекается при приемлемых суммарных потерях и разубоживании. При этом сравнение фактических и расчетных показателей извлечения или не производится, или всегда может быть скорректировано вследствие некоторой приближенности исходной геологической информации: контуров рудных тел, качества руды, а также за счет неопределенности характеристики обрушенной руды.

Необходимо сказать, что упомянутые исследования [2, 3, 18 – 20 и другие] выявили важные закономерности истечения обрушенной руды под налегающими породами, в частности распределение скоростей движения кусков в потоке, образование воронки внедрения, влияние ограждающих стенок и другие. Поэтому в определенных случаях использование методических положений теории эллипсоидов для расчета показателей извлечения руды дает удовлетворительные результаты. При этом следует учитывать, что под термином «эллипсоид выпуска» следует понимать не фактическую фигуру выпуска, а некое абстрактное (условное) аналитическое понятие, позволяющее рассчитать объемы выпускаемой руды и породы.

Так, при выпуске руды из изолированного выпускного отверстия (или при достаточно большом расстоянии между смежными отверстиями) использование понятия «условного эллипсоида» и методики Куликова [3] позволяют адекватно рассчитать потери и разубоживание руды при условии достаточно большой высоты слоя руды и свободного истечения руды в потоке, что возможно только при максимальном ее разрыхлении.

В целом рассмотренные положения основаны на физическом моделировании процесса свободного истечения относительно мелких сыпучих материалов, что приводит к

идеализации процесса и ограниченности применения полученных при этом закономерностей к реальным условиям отработки месторождений. Вследствие этого предметом дальнейших исследований является анализ других теорий выпуска.

Прежде всего, следует остановиться на исследованиях Н.Г. Дубынина [15], основные результаты которых сводятся к следующему:

- зона потока по форме представляет собой параболоид вращения, вершина которого усечена выпускным отверстием;
- верх зоны потока является плоским и занимает горизонтальное положение (в начале движения каждого слоя скорости всех его частиц одинаковы);
- скорости движения частиц по мере их вовлечения в процесс дифференцируются; наибольшая скорость наблюдается в центре потока и уменьшается при приближении к его границам; скорость движения по вертикальной оси потока возрастает по мере приближения к выпускному отверстию и резко возрастает на расстоянии в 2 – 3 диаметра выпускного отверстия; вследствие этого в нижней зоне потока происходит разрыхление сыпучего материала;
- в нижней части потока частицы, выходящие из выпускного отверстия примерно в одно и то же время, располагаются в виде фигуры, близкой к эллипсоиду вращения;
- эллипсоид выпуска по размерам значительно меньше зоны потока, поэтому им не описывается ни вся кинематика движения, ни сфера влияния выпускного отверстия;
- воронка внедрения покрывающих пород по форме представляет конус, основание которого находится на уровне контакта «руда – порода»; объем воронки внедрения меньше объема выпущенного материала на величину коэффициента вторичного разрыхления;
- зона потока не является монолитной, она состоит как бы из отдельных конусов, «вложенных» друг в друга и движущихся каждый со своей скоростью.

Исследованиями ученых ИГД СО РАН [21 – 27] на основе положений теории механики грунтов установлены закономерности деформирования сыпучей среды с учетом ее дилатансии при истечении сыпучих материалов (в том числе горных пород) из отверстий. Показано, что деформирование и истечение материалов из отверстий происходит в стесненных условиях, зависящих как от геометрических размеров емкостей, так и от характеристики сыпучего материала.

Для определения размеров зоны течения из выпускного отверстия могут быть использованы теоретические положения д.т.н. С.Б. Стажевского [25 – 27], учитывающие дилатансионные свойства материала и действующие в выпускаемом материале напряжения.

В соответствии с [26, 27] сыпучие свойства материала и его поведение при выпуске определяются с учетом дилатансионных свойств материала, а именно углом  $\varphi' + \nu$ , где  $\varphi'$  – угол трения недилатансирующего материала,  $\nu$  – угол дилатансии.

В зависимости от степени разрыхления и кусковатости материала угол дилатансии изменяется в диапазоне  $7 - 15^\circ$  [27].

При выпуске руды из обособленного отверстия образуется зона потока в виде конуса, угол наклона образующей которого равен

$$\beta = 45 + \frac{1}{2} \arcsin \operatorname{tg} (\varphi' + \nu). \quad (12)$$

Для наиболее характерных условий выпуска кусковой руды угол  $\beta$  находится в пределах  $66 - 72^\circ$ . При этом размеры зоны потока существенно превышают фигуры выпуска из одного выпускного отверстия, рассчитанные по методике В.В. Куликова.

Проведенное нами предварительное физическое моделирование подтвердило, что результаты исследований [16, 25 – 27] достаточно адекватно отражают процесс истечения материала из выпускных отверстий и могут быть использованы для разработки методики расчета потерь и разубоживания при выпуске руды под обрушенными породами.

### Обсуждение результатов

Проведенный анализ показал, что используемые сегодня методические положения расчета показателей извлечения руды при выпуске ее под обрушенными породами не соответствуют особенностям современной технологии добычи руды системами с обрушением и широким использованием самоходной техники. Современные исследования данного процесса устанавливают основные физические закономерности процесса истечения сыпучих материалов через выпускные отверстия. Однако разработка инженерных методов расчета параметров выпуска руды для использования при проектировании требует проведения дополнительных исследований.

Прежде всего необходимо обосновать показатель (или показатели), характеризующие сыпучие свойства выпускаемой руды, определяющие параметры ее истечения. Как показано в вышеупомянутых источниках, сыпучие свойства материала зависят от значительного количества факторов, одновременный учет которых затруднителен. Вследствие этого на первом этапе работ следует ограничиться рассмотрением наиболее распространенного объекта, а именно сухой кусковой руды с ограниченным количеством мелочи. Основными характеристиками сыпучих свойств такой руды является степень ее уплотнения (коэффициент разрыхления) и гранулометрический состав. Первой задачей и является обоснование показателя подвижности (сыпучести) руды в зависимости от этих характеристик. Решение указанной задачи может быть реализовано проведением физических экспериментов на моделях для выявления закономерностей стесненного истечения раздробленных горных пород, получения экспериментальных данных об их геомеханических свойствах и изменений последних в процессе выпуска.

### Выводы

1. Повсеместно применяемый методический подход к расчету показателей извлечения руды при выпуске ее под обрушенными породами, основанный на представлении о фигуре выпуска как «эллипсоиде вращения», не отражает реальных закономерностей истечения кусковой руды из выпускного отверстия и может быть использован только при соблюдении определенных ограничивающих условий, прежде всего значительной высоты выпускаемого слоя руды и небольшого расстояния между выпускными отверстиями.

2. Успешное применение вариантов систем разработки с массовым обрушением и использованием мощной самоходной техники требует разработки инженерных методов расчета режима выпуска руды и оптимального расположения выработок выпуска на основе современных представлений о закономерностях истечения сыпучих материалов через выпускные отверстия.

3. Первостепенной задачей является установление показателя сыпучести (подвижности) выпускаемой руды и его изменения в зависимости от свойств руды после отбойки и в процессе выпуска.

### Список литературы

1. Минаев С.И., 1940. Лабораторные исследования выпуска руды. *Горный журнал*, № 10 – 11.
2. Малахов Г.М., Безух Р.В., Петренко П.Д., 1968. *Теория и практика выпуска руды*. Москва: Недра, 311 с.
3. Куликов В.В., 1980. *Выпуск руды*. Москва: Недра, 303 с.
4. Савич И.Н., Мустафин В.И., 2013. Обоснование параметров этажного торцевого выпуска при разработке мощных рудных залежей. *Горный информационно-аналитический бюллетень*, № 6, С. 23 – 28;
5. Сторчак С.А., Щелканов В.А., 1994. *Подземная разработка крупноблочных руд*. Центр научно-технических и инженерных услуг "Норматив". К.: [б.в.], 122 с.

6. Шестаков В.А., 1966. *Сравнительная оценка систем разработки месторождений цветных металлов*. Фрунзе: Илим, 258 с.
7. Квапил Р., 1961. *Движение сыпучих материалов в бункерах*. Москва: Госгортехиздат.
8. Janelid, I. and Kvapil, R., 1966. "Sublevel caving", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 3, pp. 129 – 153.
9. Just G.D., Free G.D., 1971. "The gravity flow of material in the sublevel caving mining system", in Proceedings of the 1st Australia-New Zealand Conference on Geomechanics, Melbourne, *Institution of Engineers, Australia, Sydney*, pp. 88 – 97.
10. Janelid I., 1972. "Study of the gravity flow process in sublevel caving", in Proceedings of the International Sublevel Caving Symposium, Atlas Copco, Stockholm.
11. Power G.R., 2004. "Modelling granular flow in caving mines: large scale physical modelling and full scale experiments", PhD thesis, The University of Queensland, Brisbane.
12. Kvapil R., 1992. "Sublevel Caving", in *SME Mining Engineering Handbook*, pp. 1789-1814. Ed. H.L. Hartman. SME, Littleton, Colorado).
13. Барон Л.И., Фугзан М.Д., 1956. *Исследования выпуска руды при системе принудительного этажного обрушения с выемкой панелями*. Москва: Недра.
14. Башков В.И., А.И. Копытов, 2015. Расчёт параметров и конструктивное оформление варианта системы разработки подэтажного обрушения с торцевым выпуском руды. *Вестник Кузбасского государственного технического университета*, № 2 (108).
15. Дубынин Н.Г., 1965. *Выпуск руды при подземной разработке*. Москва: Недра,
16. Зайцев А.Т., Осинцев В.А., Пропп В.Д., 1983. Повышение эффективности площадного выпуска руды. *Опыт применения самоходного оборудования на подземных горных работах: докл. науч.-техн. конф., Свердловск*.
17. *Исследование и разработка рекомендаций по достижению проектных показателей шахты «Северопесчанская» в связи с ухудшением условий разработки: отчет о НИР*, 1977. Екатеринбург: ИГД МЧМ СССР, 112 с.
18. Дементьев И.В., Пропп В.Д., Осинцев В.А., Лукоянов М.А., 1987. *Методические рекомендации по моделированию выпуска руды под налегающими породами*. Свердловск: СГИ, 59 с.
19. Зайцев А.Т., Пропп В.Д., Осинцев В.А., 1986. Совершенствование методики моделирования в поле силы тяжести. *Известия ВУЗов. Горный журнал*, № 8, С. 19 – 23.
20. Малофеев Д.Е., 2007. *Развитие теории выпуска руды под обрушенными породами: монография*. Красноярск: Сибирский федеральный университет; Ин-т цв. металлов и золота, 172 с.
21. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е.И., 1982. Задачи механики сыпучих сред в горном деле. *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, № 3.
22. Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., 1986. Об учете дилатансии в основных справочных формулах механики сыпучих сред. *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, № 4.
23. Стажевский С.Б., 1987. Приложение механики сыпучих сред к решению некоторых задач механики горных пород. *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, № 3, С. 3 – 12.
24. Ревуженко А.Ф. О деформировании сыпучей среды, *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, 1980, № 3, С. 3 – 16; 1981, № 5 С. 3 – 15; 1982, № 4, С. 13 – 21; 1983, № 6 С. 8 – 17.
25. Стажевский С.В., 1983. О первой форме течений сыпучих материалов в бункерах. *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, № 3, С. 14 – 21.
26. Стажевский С.В., 1986. Об особенностях напряженно-деформированного состояния сыпучих материалов в сходящихся каналах и бункерах. *Физико-технические*

проблемы разработки полезных ископаемых, № 3, С. 15 – 24.

27. Стажевский С.Б., 1987. *Задачи деформирования сред с внутренним трением и дилатансией в горном деле*. Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 37 с.

### References

1. Minaev S.I., 1940. *Laboratornye issledovaniya vypuska rudy* [Laboratory studies of ore drawing]. *Gornyi zhurnal*, № 10 - 11.
2. Malakhov G.M., Bezukh R.V., Petrenko P.D., 1968. *Teoriya i praktika vypuska rudy* [Theory and practice of ore drawing]. Moscow: Nedra, 311 p.
3. Kulikov V.V., 1980. *Vypusk rudy* [Ore drawing]. Moscow: Nedra, 303 p.
4. Savich I.N., Mustafin V.I., 2013. *Obosnovanie parametrov etazhnogo tortseвого vypuska pri razrabotke moshchnykh rudnykh zalezhei* [Substantiation of the parameters of sublevel caving excavation during the development of large ore deposits]. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten'*, № 6, P. 23 – 28;
5. Storchak S.A., Shchelkanov V.A., 1994. *Podzemnaya razrabotka krupnoblochnykh rud* [Underground mining of large-block ores]. *Tsentr nauchno-tehnicheskikh i inzhenernykh uslug "Normativ"*. K.: [b.v.], 122 p.
6. Shestakov V.A., 1966. *Sravnitel'naya otsenka sistem razrabotki mestorozhdenii tsvetnykh metallov* [Comparative evaluation of systems for the development of non-ferrous metals]. Frunze: Ilim, 258 p.
7. Kvapil R., 1961. *Dvizhenie sypuchikh materialov v bunkerakh* [Movement of bulk materials in bunkers]. Moscow: Gosgor-tekhizdat.
8. Janelid, I. and Kvapil, R., 1966. "Sublevel caving", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 3, pp. 129 – 153.
9. Just G.D., Free G.D., 1971. "The gravity flow of material in the sublevel caving mining system", in *Proceedings of the 1st Australia-New Zealand Conference on Geomechanics*, Melbourne, Institution of Engineers, Australia, Sydney, pp. 88 – 97.
10. Janelid I., 1972. "Study of the gravity flow process in sublevel caving", in *Proceedings of the International Sublevel Caving Symposium*, Atlas Copco, Stockholm.
11. Power G.R., 2004. "Modelling granular flow in caving mines: large scale physical modelling and full scale experiments", PhD thesis, The University of Queensland, Brisbane.
12. Kvapil R., 1992. "Sublevel Caving", in *SME Mining Engineering Handbook*, pp. 1789-1814. Ed. H.L. Hartman. SME, Littleton, Colorado).
13. Baron L.I., Fugzan M.D., 1956. *Issledovaniya vypuska rudy pri sisteme prinuditel'nogo etazhnogo obrusheniya s vyemkoi panyami* [Studies of ore drawing in the system of forced level collapsing with panel excavation]. Moscow: Nedra.
14. Bashkov V.I., A.I. Kopytov, 2015. *Raschet parametrov i konstruktivnoe oformlenie varianta sistemy razrabotki podetazhnogo obrusheniya s tortsevym vypuskom rudy* [Calculation of parameters and designing of a variant of the system for the sub-level collapsing development with caving]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, № 2 (108).
15. Dubynin N.G., 1965. *Vypusk rudy pri podzemnoi razrabotke* [Ore release during underground mining]. Moscow: Nedra,
16. Zaitsev A.T., Osintsev V.A., Propp V.D., 1983. *Povyshenie effektivnosti ploschadnogo vypuska rudy* [Improving the efficiency of areal ore production]. *Opyt primeneniya samokhodnogo oborudovaniya na podzemnykh gornykh rabotakh: dokl. nauch.-tekhn. konf.*, Sverdlovsk.
17. *Issledovanie i razrabotka rekomendatsii po dostizheniyu proektnykh pokazatelei shakhty "Severopeschanskaya" v svyazi s ukhudsheniem uslovii razrabotki: otchet o NIR* [Research and development of recommendations for achieving the design indicators of the Severopeschanskaya mine in connection with the deterioration of development conditions: research report], 1977. Ekaterinburg: IGD MChM SSSR, 112 p.

18. Dement'ev I.V., Propp V.D., Osintsev V.A., Lukoyanov M.A., 1987. Metodicheskie rekomendatsii po modelirovaniyu vypuska rudy pod nalegayushchimi porodami [Methodological recommendations for modeling ore output under the overlying rocks]. Sverdlovsk: SGI, 59 p.
19. Zaitsev A.T., Propp V.D., Osintsev V.A., 1986. Sovershenstvovanie metodiki modelirovaniya v pole sily tyazhesti [Improvement of modeling methods in the gravity field]. Izvestiya VUZov. Gornyi zhurnal, № 8, P. 19 – 23.
20. Malofeev D.E., 2007. Razvitie teorii vypuska rudy pod obrushennymi porodami: monografiya [Development of the theory of ore release under collapsed rocks: monograph]. Krasnoyarsk: Sibirskii federal'nyi universitet; In-t tsv. metallov i zolota, 172 p.
21. Revuzhenko A. F., Stazhevskii S. B., Shemyakin E.I., 1982. Zadachi mekhaniki sypuchikh sred v gornom dele [Tasks of bulk media mechanics in mining]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, № 3.
22. Revuzhenko A.F., Stazhevskii S.B., 1986. Ob uchete dilatansii v osnovnykh spravochnykh formulakh mekhaniki sypuchikh sred [On accounting for dilatancy in the basic reference formulas of mechanics of flowing media]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, № 4.
23. Stazhevskii S.B., 1987. Prilozhenie mekhaniki sypuchikh sred k resheniyu nekotorykh zadach mekhaniki gornykh porod [Application of the mechanics of flowing media to the solution of some problems of rock mechanics]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, № 3, P. 3 – 12.
24. Revuzhenko A.F. O deformirovanii sypuchei sredy [On the deformation of a flowing medium]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, 1980, № 3, P. 3 - 16; 1981, № 5 P. 3 – 15; 1982, № 4, P. 13 – 21; 1983, № 6 P. 8 – 17.
25. Stazhevskii S.V., 1983. O pervoi forme techenii sypuchikh materialov v bunkerakh [About the first form of flows of bulk materials in bunkers]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, № 3, P. 14 – 21.
26. Stazhevskii S.V., 1986. Ob osobennostyakh napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sypuchikh materialov v skhodyashchikhsya kanalakh i bunkerakh [On the features of the stress-strain state of bulk materials in converging channels and bunkers]. Fiziko-tekhnicheckie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh, № 3, P. 15 – 24.
27. Stazhevskii S.B., 1987. Zadachi deformirovaniya sred s vnutrennim treniem i dilatansiei v gornom dele [Problems of deformation of media with internal friction and dilatancy in mining]. Avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk. Novosibirsk, 37 p.