УДК [622.271.332 : 624.131.537] : 519.86

Рахимов Зуфар Рафисович,
кандидат технических наук,
доцент кафедры,
Республиканское государственное предприятие
«Рудненский индустриальный институт»
111500, Республика Казахстан,
Костанайская область, г. Рудный,
ул. 50 лет Октября, 38
e-mail: rakhimov.zufar@mail.ru

Моисеев Виктор Александрович,
старший преподаватель,
Республиканское государственное предприятие
«Рудненский индустриальный институт»
e-mail: v-mo@mail.ru

Rakhimov Zufar R.
candidate of technical sciences, (PhD),
assistant professor
Republican state enterprise
«The Rudnensky industrial institute».
111500, Kazakhstan republic, Kostanajsky area,
Rudny, October 50 years st., 38
e-mail: rakhimov.zufar@mail.ru

Moiseev Victor A.
the senior teacher,
the competitor for a scientific degree
of a candidate of technical sciences
the Republican state enterprise
«Rudnensky industrial institute»
e-mail: rakhimov.zufar@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ НАГРУЖЕННОГО ОТКОСА СЛАБЫХ ГЛИНИСТЫХ ПОРОД*

THE MATHEMATICAL MODEL OF ESTIMATION STABILITY OF A LOADED SLOPE IN WEAK CLAY ROCKS

Аннотация:

В исследовании осуществлена разработка математической модели упрощенного (инженерного) способа оценки устойчивости карьерных откосов, сложенных слабыми пластичными породами. Приведен анализ влияния угла откоса уступа и высоты уступа на его несущую способность

Ключевые слова: устойчивость, откос, несущая способность

Abstract:

Mathematical model development of a simplified (engineering) mode of estimation open pit slopes stability composed of weak plastic rocks is performed. The analysis of both bench slope angle and bench height influence on its carrying capacity is cited

Keywords: stability, a slope, carrying capacity

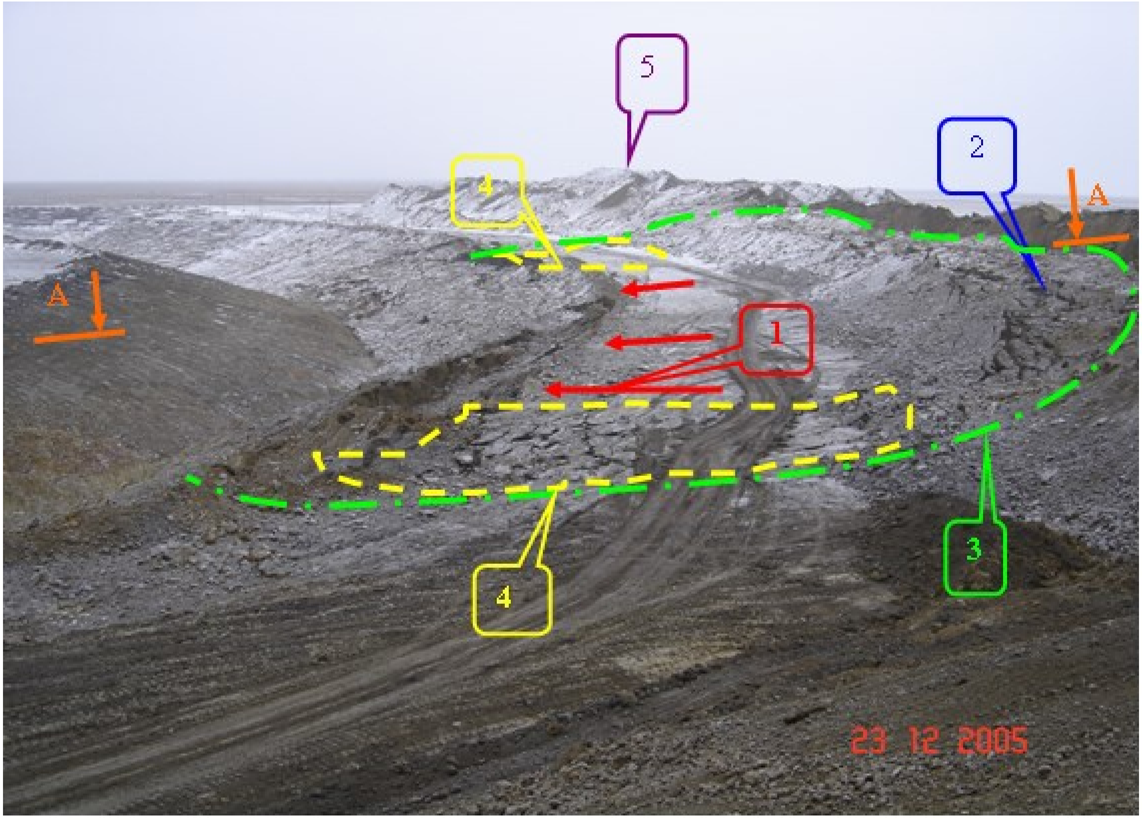
В связи с тем что метод конечных элементов до сих пор является в большей степени исследовательским инструментом анализа устойчивости откосов, возникает необходимость в разработке упрощенного способа для его повседневного использования горными инженерами на практике.

На рис. 1 представлен схематичный разрез деформированного участка уступа разрезной траншеи карьера № 6 Восточно-Аятского месторождения бокситов по линии А–А, построенный по результатам маркшейдерской съемки. Оползень произошел в результате того, что объем призмы активного давления оползневого тела возрос за счет пород внешнего отвала, складированных в 45÷50 м от верхней бровки откоса, преодолел сопротивление призмы упора, и уступ сдвинулся в сторону выработанного пространства на 12÷15 м.

На основе полученных представлений о деформационных процессах [1], происходящих в нагруженных откосах, сложенных пластичными слабыми глинистыми породами, а также опираясь на метод векторного сложения сил (метод многоугольника сил) [2, 4], предлагается следующая расчетная схема для исследуемого случая (рис. 2). Деформирующийся объем нагруженного откоса разбивается для простоты на две взаимо-

* Исследования выполнены в рамках грантового финансирования Министерства образования и науки Республики Казахстан по теме 0360/ГФ3(2013 – 2015 гг.)

действующие друг с другом призмы: упора FECBD и активного давления ABC. Указанная механическая система будет находиться в состоянии предельного равновесия, если межблочные реакции, при изолированной оценке устойчивости каждой призмы будут равны [2]. Межблочные реакции характеризуют воздействие тангенциальных составляющих вертикальных нагрузок в зависимости от веса рассматриваемых блоков и являются основными сдвигающими силами призмы активного давления [2, 4].



A - A

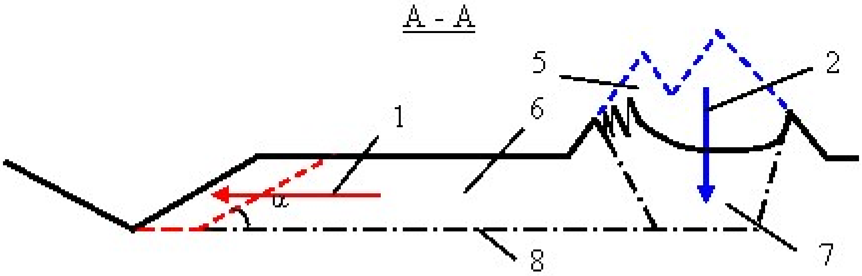


Рис. 1 – Оползень уступа разрезной траншеи:
1 – направление деформирования откоса; *2* – просадка пород отвала;
3 – зона деформирования откоса; *4* – перемятие пород на торцах зоны оползня;
5 – внешний отвал; *6*, *7* – призма упора и активного давления, соответственно;
8 – слабый слой

На расчетные блоки схемы, представленной на рис. 2, действуют следующие силы: ΔP, P_1, P_2 – вес пород внешнего отвала, призмы упора и активного давления, соответственно; $c_o l_o$, $c_{max} l_1$, $c_o l_2$, $c_o l_3$ – силы сцепления вдоль участков скольжения l_o, l_1, l_2 и l_3, соответственно. Действие сил приводит к появлению реакций опор: R_1, R_3 – противодействия массива оседанию призм упора и активного давления, соответственно; R_2', R_2 – межблочного взаимодействия.

В процессе деформирования откоса реакции опор R_2, R_2' и R_3 отклонены от нормали к поверхности скольжения на угол $\delta = \varphi_{max}/2$. Величины δ и c_o определяются свойствами пластичной горной породы на глубине $H/2$, исходя из предположения их линейного изменения. Поскольку на глубине H порода переходит в идеально-пластическое состояние, сцепление приобретает максимальное (c_{max}), а угол внутреннего трения – нулевое значение. Разумнее разделить оползневое тело на три расчетных блока, рассмотрев отдельно призму выпора FED, но в этом случае результирующая формула будет чрезвычайно усложнена и мало пригодна для использования на практике. В связи с этим реакция опоры R_1 отклоняется от нормали не на угол φ (величина угла внутреннего трения), а на угол $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, где ε_1 – геометрически эквивалентный угол наклона основания сегмента BDF, а ε_2 – эквивалентный угол внутреннего трения основания того же сегмента. Данный подход позволяет упростить расчетные формулы, при этом в значении ε учитывается влияние изменения наклона поверхности скольжения (составляющая ε_1) и изменение угла внутреннего трения под бермой безопасности, где угол внутреннего трения равен нулю, и под откосной частью, где угол внутреннего трения изменяется от нуля (φ_{min}) до максимального значения (φ_{max}).

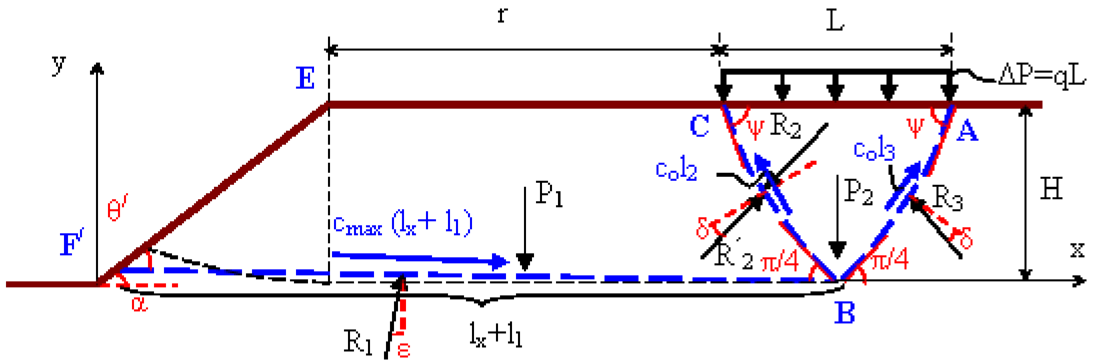


Рис. 2 – Расчетная схема нагруженного откоса, сложенного пластичными глинистыми породами для инженерного способа оценки его устойчивости

Эквивалентный угол наклона основания сегмента BDF (ε_1) определяется из тригонометрических соотношений (рис. 3) [3].

Эквивалентный угол наклона сегмента BDF (ε_1) может быть рассчитан, исходя из несложных геометрических построений, при использовании следующих условий:

1) постоянство длины истинного (линии BDF) и эквивалентного (линия BJ) основания;

2) неизменность площади, лежащей под ломаной линией истинного BDF и эквивалентного (BJ) сегментов.

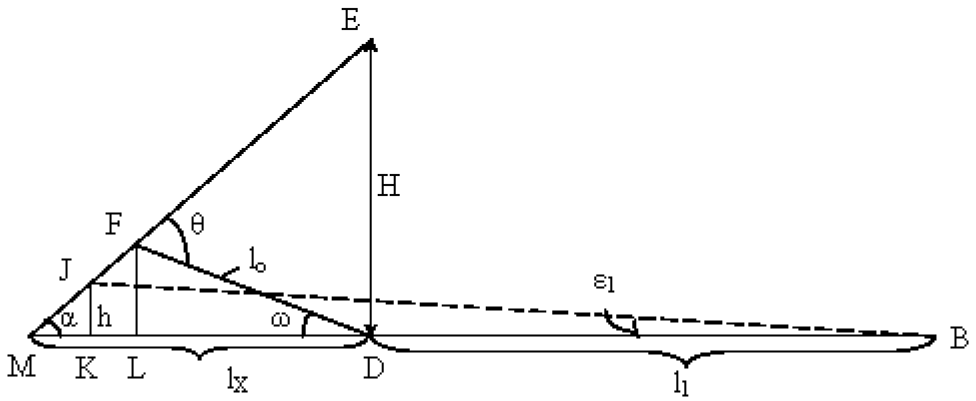


Рис. 3 – Схема к определению эквивалентного угла наклона основания призмы упора

Эквивалентный угол наклона сегмента BDF (ε_1), учитывающий первое условие, наилучшим способом подходит для удовлетворения критерия постоянства сил сцепления, действующих в основании призмы упора оползневого тела, а эквивалентный угол наклона сегмента BDF (ε_1), учитывающий второе условие, подходит для критерия постоянства силы веса оползневого тела. Поскольку для удовлетворения критерия неизменности сил сцепления вдоль основания призмы упора нет каких-либо препятствий, то есть без труда можно использовать реальные их значения, зная и длины участков ломаной линии BDF, и углы их наклона, поэтому в предлагаемом решении используется эквивалентный угол наклона (ε_1), отвечающий критерию постоянства площади (объема) призмы упора:

$$S_{\text{LFD}} = S_{\text{KJB}}. \tag{1}$$

Площадь под истинным сегментом FDB определится как

$$S_{\text{FDB}} = \frac{1}{2} \cdot l_{\text{o}}^2 \cos\omega \ \sin\omega, \tag{2}$$

где $\partial_{\text{o}} = H \cos\alpha \ / \sin\theta$

$\omega = \theta - \alpha$.

По теореме синусов из треугольника MFD определяется длина его основания l_X:

$$\frac{l_X}{\sin(\alpha+\omega)} = \frac{l_{\text{O}}}{\sin\alpha},$$

$$l_X = l_{\text{O}} \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\sin\alpha}.$$

Выразив через неизвестную x длину отрезка MK, рассчитываем площадь треугольника KJB:

$$S_{\text{KJB}} = \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_X - x)h = \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_X - x)x \ \text{ctg} \ \alpha. \tag{3}$$

В соответствии с (1), приравняв выражения (2) и (3), получаем следующее равенство:

$$\frac{1}{2}(l_X - x + l_1)x \ \text{ctg} \ \alpha = \frac{1}{2} l_{\text{O}}^2 \sin\omega \ \cos\omega,$$

сгруппировав которое относительно неизвестных, получаем квадратное уравнение

$$x^2 \text{ctg} \ \alpha - (l_X + l_1)x \ \text{ctg} \ \alpha + l_{\text{O}}^2 \sin\omega \ \cos\omega = 0. \tag{4}$$

Данное квадратное уравнение имеет следующие корни решения:

$$x_{1,2} = \frac{(l_X + l_1) \pm \sqrt{(l_X + l_1)^2 - 4 \cdot l_{\text{O}}^2 \text{ctg} \ \alpha \ \sin\omega \ \cos \ \omega}}{2\text{ctg} \ \alpha}.$$

Из двух корней x_1 и x_2 решению практической задачи удовлетворяет только одно:

$$x_1 = \frac{(l_X + l_1) - \sqrt{(l_X + l_1)^2 - 4 \cdot l_{\text{O}}^2 \text{ctg} \ \alpha \ \sin\omega \ \cos \ \omega}}{2\text{ctg} \ \alpha},$$

так как второе (x_2) приводит к существенно большей величине l_X. В связи с этим искомое значение эквивалентного угла внутреннего трения основания призмы упора определяется из выражения:

$$\varepsilon_1 = \text{arctg}\left[\frac{x \ \text{ctg} \ \alpha}{(l_X + l_1 - x)}\right]. \tag{5}$$

Развернутое уравнение (5) является громоздким для упрощенного инженерного способа. Предполагая, что длина отрезка KD (см. рис. 3) равна l_o, и выполняя соответ ствующие преобразования, тот же угол определяем по упрощенной формуле:

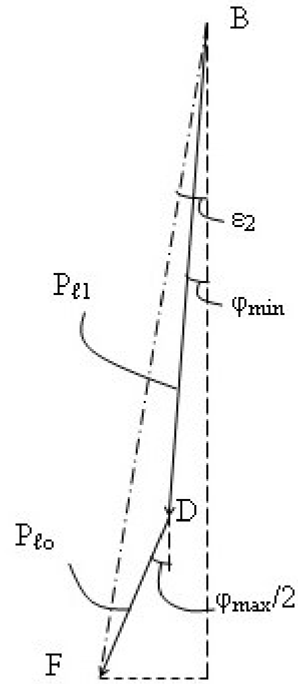


Рис.4 – Схема к определению эквивалентного угла внутреннего трения

$$\varepsilon_1 = \mathrm{arctg}\frac{l_o^2 \sin\omega\ \cos\omega}{\left(l_o + l_1\right)^2}, \tag{6}$$

Эквивалентный угол внутреннего трения ε_2, находящийся в основании всего сегмента BDF, вычисляется из отношения сил веса, приходящихся на участок FB, так как величины реакций опор пропорциональны весу. Значение ε_2 рассчитывается из уравнения

$$\mathrm{tg}\ \varepsilon_2 = \frac{P_{\ell_O}\sin\dfrac{\varphi_{\max}}{2} + P_{\ell_1}\sin\varphi_{\min}}{P_{\ell_O}\cos\dfrac{\varphi_{\max}}{2} + P_{\ell_1}\cos\varphi_{\min}},$$

где $P_{\ell o}$, $P_{\ell 1}$ – вес призмы упора, приходящийся на участки ее основания длиной ℓ_O и ℓ_1, соответственно.

С учетом того, что для условий горной породы, переходящей в состояние пластического течения, минимальное значение угла внутреннего трения равно нулю ($\varphi_{\min} = 0°$), предыдущее уравнение принимает более компактный вид:

$$\mathrm{tg}\ \varepsilon_2 = \frac{P_{\ell_O}\sin\dfrac{\varphi_{\max}}{2}}{P_{\ell_O}\cos\dfrac{\varphi_{\max}}{2} + P_{\ell_1}}.$$

С достаточной для инженерного метода точностью, вследствие незначительной величины угла $\varphi_{\max}/2$ (< 15º), значение его косинуса заменяется единицей, а синуса – самой величиной угла (в радианах). Тогда эквивалентный угол внутреннего трения определяется по формуле

$$\varepsilon_2 = \mathrm{arctg}\frac{\gamma H l_o \cos\omega}{4\cdot P_1}\varphi_{\max}, \tag{7}$$

где P_1 – вес призмы упора, который рассчитывается так:

$$P_1 = \gamma H(0{,}5 l_0 \cos\omega + r + 3H\mathrm{ctg}\psi/8 + H/8).$$

На основе системы уравнения статического равновесия призмы упора

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{5}\Delta x_i = R_1\sin\varepsilon + c_o l_o \cos\ \omega + c_{\max} l_1 - R_2\sin\beta - c_o l_2 \sin\nu = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{5}\Delta y_i = R_1\cos\ \varepsilon - c_o l_o \sin\omega - R_2\cos\beta - P_1 + c_o l_2 \cos\ \nu = 0, \end{cases} \tag{8}$$

вычисляется межблочная реакция R_2:

$$R_2 = \frac{P_1 - c_o l_2\left(\sin\nu\ \mathrm{ctg}\ \varepsilon + \cos\nu\right) + c_o l_o\left(\cos\omega\,\mathrm{ctg}\,\varepsilon + \sin\omega\right) + c_{\max} l_1 \mathrm{ctg}\,\varepsilon}{\sin\beta\ \ \mathrm{ctg}\,\varepsilon\ \ t\cos\ \beta}, \tag{9}$$

где $\beta = \pi/4 - \varphi_{max}/4$;
$\nu = \pi/4 + \varphi_{max}/4$;
$c_o = (c_{max} + c_{min})/2$;
$l_1 = r + H\,(\text{ctg}\,\psi+1)/2$;
$l_2 = 0{,}5\,H/\sin\psi + H/\sqrt{2}$.

Используя систему уравнений статического равновесия призмы активного давления,

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{6}\Delta x_i = R_2'\sin\beta - R_3\sin\beta - c_o l_2\sin\nu + c_o l_3\sin\nu = 0; \\ \sum_{i=1}^{6}\Delta y_i = R_2'\cos\beta + R_3\cos\beta + c_o l_2\cos\nu + c_o l_3\cos\nu - P_2 - \Delta P = 0, \end{cases} \quad (10)$$

вычисляем межблочную реакцию R_2'

$$R_2' = \frac{P_2 + \Delta P - 2c_o l_2\cos\nu}{2\cos\beta}, \quad (11)$$

где $l_3 = l_2$;
$P_2 = \gamma H^2(\text{ctg}\,\psi / 4 + 3/4)$.

Система из двух расчетных блоков находится в равновесии, если межблочные реакции равны (сдвигающие нагрузки меньше удерживающих), то есть

$$R_2 = R_2'. \quad (12)$$

Приравнивая выражения (9) и (11), вычисляем искомое значение предельной несущей способности откоса по следующей формуле:

$$\Delta P = \frac{2\cos\beta\cdot\left[P_1 + c_o l_o(\cos\omega\,\text{ctg}\,\varepsilon + \sin\omega) - c_o l_2(\sin\nu\,\text{ctg}\,\varepsilon + \cos\nu) + c_{max} l_1 \text{ctg}\,\varepsilon\right]}{\sin\beta\,\text{ctg}\,\varepsilon - \cos\beta} - V, \quad (13)$$

или предельное внешнее напряжение:

$$q = \frac{\Delta P}{L}, \quad (14)$$

где $V = P_2 - 2\,c_o\,l_2\cos\nu$;
$L = H\,(\text{ctg}\,\psi+1)$.

Превышение дополнительной нагрузки или внешнего напряжения приведет к нарушению равенства $R_2 = R'_2$ и, как следствие этого, к деформационным процессам, проявляющимся в виде оползней.

Расчет параметров открытых выработок, произведенный по предлагаемой методике, позволяет построить графики (рис. 5, 6). На основе графика (см. рис. 5) можно сделать заключение, что угол откоса для рассматриваемых типов пород несущественно влияет на несущую способность прибортового массива. Однако уменьшение высоты откоса оказывает определяющее влияние на рост несущей способности верхнего уступа (см. рис. 6).

Осуществляя оценку устойчивости уступа, сложенного слабыми глинистыми породами, переходящими в пластическое и текучее состояние, нельзя упрощать решение задачи созданием подступов. Такое решение для уступов, сложенных слабыми глинистыми породами, является по своей сути выполаживанием угла откоса, что по приведенным расчетам является неэффективным.

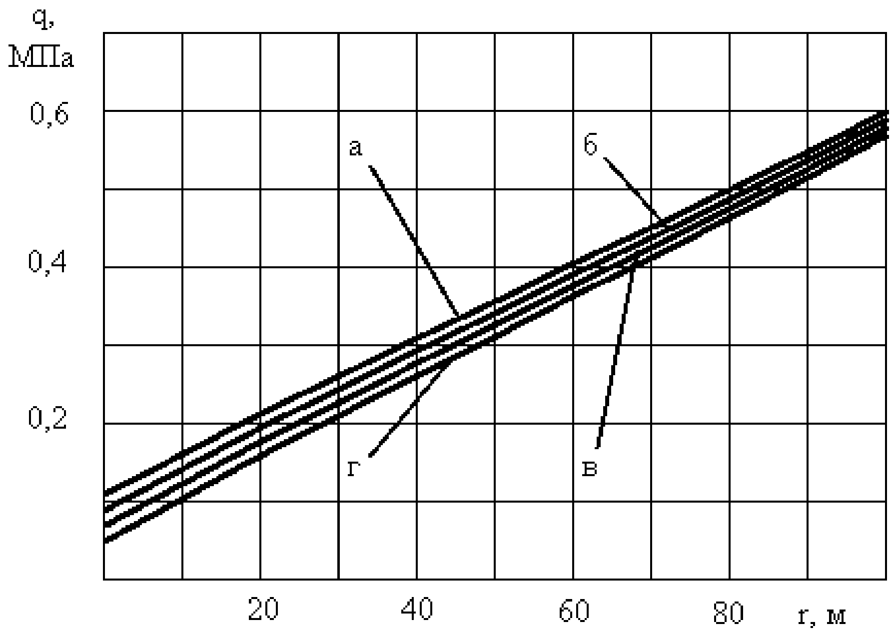


Рис. 5 – Определение инженерным способом несущей способности откоса, сложенного слабыми глинистыми породами при высоте откоса *H* = 15 м:
а – угол откоса α= 15º; *б* – угол откоса α=20º; *в* – угол откоса α=25º; *г* – угол откоса α=30º

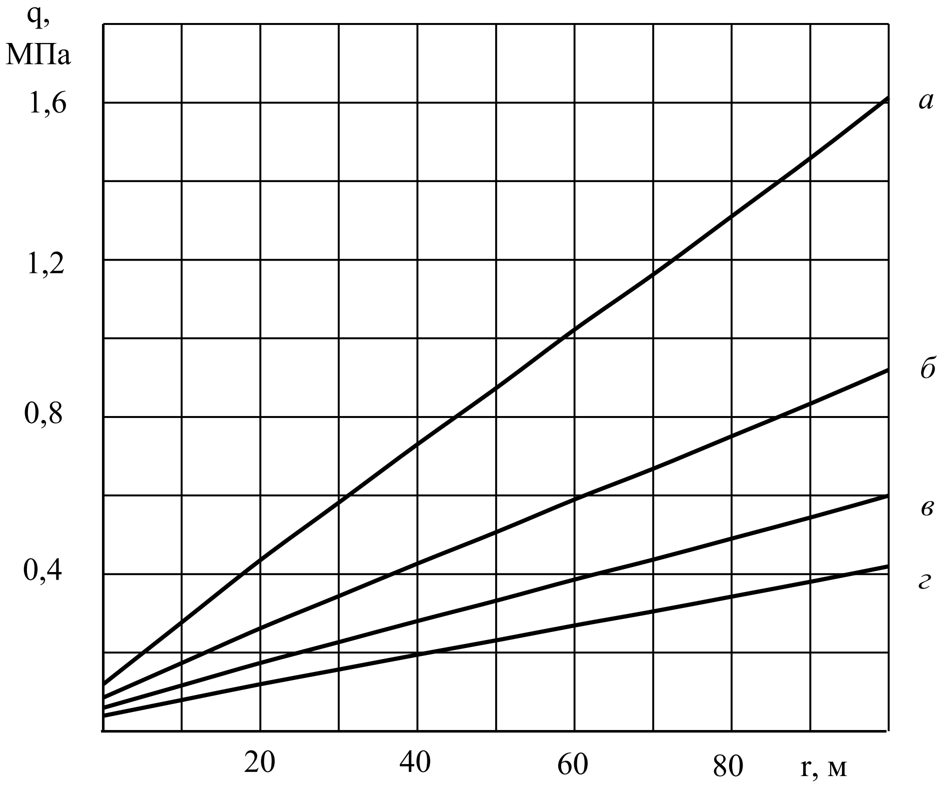


Рис. 6 – Определение инженерным способом несущей способности откоса, сложенного слабыми глинистыми породами при угле откоса α = 30º:
а – высота уступа *H*=5 м; *б* – высота уступа *H*=10 м;
в – высота уступа *H*=15 м; *г* – высота уступа *H*=20м

Литература

1. Рахимов З.Р. Моделирование откосов методом физического подобия / З.Р. Рахимов, А.И. Барулин // Материалы 65-й науч.-техн. конф.: сб. докл. Т. 1. – Магнитогорск: Изд-во ГОУ ВПО «МГТУ», 2007. – С. 156 – 158.

2. Шахунянц Г.М. Железнодорожный путь / Г.М. Шахунянц. – М. Трансжелдориздат, 1961. – 615 с.

3. Барулин А.И. Инженерный метод оценки несущей способности откоса пластичных горных пород / А.И. Барулин, З.Р. Рахимов // Горный журнал Казахстана. – 2007. – № 3. – С. 15–19.

4. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах / Минтопэнерго РФ; РАН Гос. НИИ горн. геомех. и маркшейд. дела; Межотраслевой науч. центр ВНИМИ. – СПб, 1998. – 208 с.